

MCMC 法を用いた震源断層及びすべり分布モデル推定のための プロトタイププログラムの開発

Development of Prototype Program for Estimation of Fault Parameters and Slip Distributions using Markov Chain Monte Carlo Method

地理地殻活動研究センター 川畑亮二・宗包浩志
Geography and Crustal Dynamics Research Center
KAWABATA Ryoji and MUNEKANE Hiroshi

要 旨

国土地理院では、大きな地殻変動を伴う地震が発生した際に、地殻変動量から矩形の震源断層モデルやすべり分布モデルの推定を行っている。推定したモデルは、地震発生後に臨時的に開催される地震調査委員会や地震予知連絡会等に報告され、地震活動の評価や検討に活用されるため、信頼性の高いモデルを迅速に構築する必要がある。

モデル推定においては一般的に Levenberg-Marquardt 法などの非線形インバージョンが用いられるが、パラメータの非線形性や観測データの制限等から解の初期値依存性が強い場合が多く、適切な解を求めるためにはモデル作成者の先験的情報が不可欠であるうえ、得られた解が妥当なものなのか、どの程度誤差を持っているのかを評価することが困難であった。そこで、本研究では、マルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を用いて、推定パラメータを確率的に評価するためのプロトタイププログラムを開発した。

本プログラムを用いて、実際の観測データから震源断層モデルやすべり分布モデルの推定を行った。平成 16 年 (2004 年) 新潟県中越地震の震源断層モデルでは、解が一意に決定された一方、2019 年 6 月 18 日山形県沖の地震では、異なる断層面の向きを持つ震源断層が同時に推定された。平成 23 年 (2011 年) 東北地方太平洋沖地震の震源断層モデルでは、2 枚の断層を用いてパラメータ推定を行い、観測値を説明するモデルを推定することができた。また、すべり分布モデルの推定では、平成 23 年 (2011 年) 東北地方太平洋沖地震における観測データを用いて、各断層パッチのすべり量及び滑らかさのハイパーパラメータを同時に推定できることが確認された。

1. はじめに

国土地理院では、大きな地殻変動を伴う地震が発生した際に、地殻変動量から震源断層モデルやすべり分布モデルの推定を行っている。モデル推定は、地震調査委員会や地震予知連絡会等において、周辺の地震活動の評価等を行う際に必要な情報であるため、信頼性の高いモデルを迅速に構築する必要がある。

一方、モデルパラメータの非線形性や観測点の配点等による観測データの制限のため、最適解を一意に決定することは困難である場合が多い。

一般に、非線形インバージョンを最小二乗法的に行う場合、初期パラメータを先験的に与え、そのパラメータ値周辺で観測方程式を線形化するとともに、解を安定させるため、解がそのパラメータ値近傍になるよう拘束をかける (例えば Matsu'ura and Hasegawa 1987)。このため、得られる解はモデル作成者が初期に与えた先験的情報に強く依存し、観測データを説明する解が複数存在する場合でも一つの局所解しか得られない。また、得られる誤差は局所的に線形化した結果得られる誤差であり、パラメータがどれくらいの範囲で許容されるのか、大域的な誤差を知ることはできない。一方、グリッドサーチのように、パラメータを全探索する場合は局所解にとらわれることはないが、計算効率が悪く現実的な計算時間では解析できない場合が多い。

そこで、本研究では、観測データを説明する大域的な解を効率的に探索し、モデルパラメータがどの程度の誤差を持っているのかを確率的に評価するため、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (Markov chain Monte Carlo method, 以下「MCMC 法」という) 法を用いた震源断層モデル及びすべり分布モデルの推定プログラムを試験的に開発した。本プログラムを、いくつかの地震に対して適用した結果について報告する。

2. 解析手法

2.1 MCMC 法による推定

2.1.1 ベイズ推定

本研究で採用した MCMC 法による推定は、モデルパラメータを確率変数とみなし、ベイズ推定に基づき、パラメータを確率的に評価するものである。

ベイズの定理から、ある観測値 $\mathbf{d}$ が得られた場合、モデルパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ が取りうる事後確率分布 $P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{d})$ は、

$$P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{d}) = \frac{P(\mathbf{d}|\boldsymbol{\theta})P(\boldsymbol{\theta})}{P(\mathbf{d})} \quad (1)$$

で与えられる。ここで $P(\mathbf{d}|\boldsymbol{\theta})$ は尤度関数、 $P(\boldsymbol{\theta})$ は事前

確率分布, $P(\mathbf{d})$ はエビデンスと呼ばれる θ に対する定数項である。

事前確率分布については, 拘束条件等, モデルパラメータに関する先験的情報を, $P(\theta)$ として定量的な形で表現する。事前に情報がなければ, パラメータ空間上の十分広い範囲で一定と考える (例えば Montgomery-Brown et al. 2010)。

尤度関数は, モデルから計算される地殻変動量と実際の観測値の残差が, 正規分布に従うと仮定すると,

$$P(\mathbf{d}|\theta) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |\Sigma|}} \times \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\theta))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{f}(\theta)) \right] \quad (2)$$

で与えられる (例えば Fukuda and Johnson 2008, Ito et al. 2016)。ここで, $\mathbf{f}(\theta)$ はモデルから計算された地殻変動量, N は観測値 $\mathbf{d}$ の次元, Σ は観測値及びモデルの誤差を表す共分散行列である。ここで, モデルの誤差を定量的に表すことは一般に困難であることから, 本稿では簡単のため観測誤差のみを採用し, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2)$ と仮定する (Wang et al. 2012)。ここで, σ_i は i 番目の観測値の誤差を表す。

2.1.2 MCMC 法

我々が知りたいものは, 式(1)で表される事後確率分布 $P(\theta|\mathbf{d})$ であるが, 一般に θ は高次元 (高い時には 100 次元以上) のパラメータであり, モデルに対して非線形の応答をする場合も多い。事後確率分布を評価するため, 例えばパラメータをグリッド化して網羅的に探索する場合, 確率の低いパラメータ領域の計算も必要となり, 現実的な計算時間では解析できない場合が多い。

そこで, 事後確率分布を効率的に評価する方法として, マルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を採用した。これは, 事後確率分布に従う解 (サンプル) を多数生成させることで, 知りたい確率分布を効率的に得るモンテカルロ法の一つである。残差を最小にする解ではなく, 与えられた誤差の範囲内で観測値を説明しうる解の集合を確率的に得ることができる。

本稿では, MCMC 法のうち, 以下に説明するメトロポリス-ヘイスティングス法によって解のサンプルを得る方法を採用した。

- 1) 初期状態の $\theta = \theta_0$ を決める。
- 2) 提案分布 $q(\theta_{\text{new}}|\theta)$ に従い, 新たな候補値 θ_{new} を生成する。
- 3) 候補値 θ_{new} を用いて, 採択確率 r を計算する。

$$r = \min \left(1, \frac{P(\theta_{\text{new}}|\mathbf{d})q(\theta|\theta_{\text{new}})}{P(\theta|\mathbf{d})q(\theta_{\text{new}}|\theta)} \right) \quad (3)$$

ここで, r は事後確率分布の比のみに依存し,

定数項を評価する必要がないことに留意されたい。

- 4) 生成した乱数[0-1]が r より小さい場合は $\theta = \theta_{\text{new}}$ を採用し, それ以外では $\theta = \theta_0$ とする。
- 5) 定常状態に近づくよう 1)~4) を多数回繰り返す。

こうして得られた θ のサンプルは, 初期状態に依存した計算開始直後 (burn-in 期間) のサンプルを除いて, $P(\theta|\mathbf{d})$ に限りなく近づく分布を示す。ここで, 提案分布 q は, ある値に遷移できないような極端な分布でない限り (エルゴード性), どのような分布でもよい。また, 定常状態となった分布は原理的には初期の θ_0 に依存しない。ただし, 計算時間の短縮のためには, 適切な q と θ_0 を選択する必要がある, こちらは解析者の経験に依るところが大きい。

今回開発したプログラムでは, 提案分布として, あるパラメータ範囲内で定義された t 分布 ($v=2$) を採用した。これは, 分布の形がガウス分布に類似しており, かつ解析的に積分可能であるため, パラメータ範囲に制限を付けた提案分布として扱いやすいためである。

2.1.3 パラレルテンパリング法

前述したメトロポリス-ヘイスティングス法によって得られる分布は, 初期値 θ_0 に原理的には依存しないが, 事後確率分布に対する θ の非線形性が強く, パラメータ空間上の離れた位置にピークが複数存在する場合などでは, 実際の計算時間の制限から, 結果が初期値に依存してしまう場合がある。これを避けるため, 本プログラムではパラレルテンパリング法を適用した (例えば, Sambridge 2014)。パラレルテンパリング法は, 疑似的に事後確率分布をなだらかにした $P(\theta, T) \propto P(\theta|\mathbf{d})^{1/T}$ ($T>1$) の連鎖を用意し, 複数の「温度」 T に対する連鎖を並行して計算しながら, 各連鎖中のサンプルをメトロポリス-ヘイスティングス法による確率に従って交換させるものである。これにより, 元の連鎖 ($T=1$) では到達できなかったパラメータ空間上の離れたサンプルにも遷移することができ, 解を効率的に探索することが可能になる。

2.1.4 解の評価

MCMC 法で得られる解は, 事後確率分布(1)に従うサンプルの集合であるため, 統計的に評価することができる。あるパラメータに対するヒストグラムや平均値, 標準偏差とともに, パラメータ間の 2 次元ヒストグラムや相関係数などを計算することで, 推定されたパラメータの誤差やパラメータ間の相関関係も評価することができる。2.1.2 で述べたとおり, 計算開始直後のサンプルは初期状態の影響が残って

いるため、全サンプルのうち最初の 10% を棄却したうえで、統計的な評価を行った。

また、観測値とモデルからの計算値の合致度を測る基準として、VR (Variance Reduction) を

$$VR \equiv 1 - \frac{(d - f(\theta))^T \Sigma^{-1} (d - f(\theta))}{d^T \Sigma^{-1} d} \quad (4)$$

と定義した (Wang et al. 2012 等)。ここで、VR は、尤度関数と一対一に対応させるため、観測値に対する重みを付けて定義しており、尤度関数を最大化することは、VR を最大化 (1 に近づける) ことに対応する。

2.2 震源断層モデル (矩形断層モデル)

震源断層モデルの推定では、観測から得られた地殻変動量を説明する断層の大まかな位置や規模を把握することを目的とし、半無限均質弾性体中にある一様なすべりを持つ矩形断層を仮定する (Okada 1985, Okada 1992)。この場合、推定パラメータ θ の要素は、断層の位置 (3 つ)、断層の大きさ (2 つ)、断層の向き (2 つ)、断層面に沿ったすべり量 (2 つ) の計 9 つである。なお、地形による影響を近似的に考慮するため、各観測点の標高に応じて断層上端の深さを変えて計算しており、深さは標高 0 を基準とした値である。

MCMC 法を用いた震源断層モデルの推定に関する先行研究では、断層の向き等一部のパラメータを拘束して推定している場合が多いが (例えば Ito et al. 2016, 大野・太田 2018)、本稿では、断層の向きを含めた全パラメータを推定している。

ここで、観測点の配置や数の制限により、震源断層の大きさが一意に定まらない場合がある。この場合、断層の大きさに対する拘束条件として、地震の規模と断層面積に関する経験的スケールリング則を適用する。具体的には、

$$P(\theta) \propto \exp \left[-\frac{(M_w(\theta) - M_{w0})^2}{\sigma_M^2} \right] \quad (5)$$

で表される事前確率分布を仮定する。ここで、 $M_w(\theta)$ はモデルパラメータから計算されるモーメントマグニチュード、 M_{w0} は「震源断層を特定した地震の強震動予測手法 (「レシピ」)」(震調査研究推進本部地震調査委員会 2017) において断層面積から経験的に算出されるモーメントマグニチュードである。また、 σ_M は拘束の強さを調整するパラメータである。

さらに、震源断層の構造が複雑な場合や、破壊領域が広範囲に及ぶ場合、単純な 1 枚の矩形断層ではうまくモデル化できないことがある。そこで、本プログラムでは、各断層が上端でつながった複数の矩形断層を仮定してパラメータを推定する機能も追加

している。

2.3 すべり分布モデル

プレート境界における地震など、断層面の位置や向きが予め分かっている場合、すべり量の空間的分布を推定することが可能である。まず、計算対象となる断層面付近の領域を矩形に分割した断層パッチを作成する。これら各断層パッチ上の単位すべりによる変動量を、2.2 と同様に各観測点の位置で計算することで、グリーン関数 $\mathbf{G}$ が得られる。観測点における実際の地殻変動量と一致するように、各断層パッチ上のすべり量を推定すれば、すべり分布モデルが得られる。この場合、すべり量を $\mathbf{s}$ とすれば、式 (2) において、 $\mathbf{f}(\theta) = \mathbf{G} \mathbf{s}$ と表される。

一方、断層パッチの数が多く、観測点の配置や数に制限がある場合、すべり分布モデルの推定において解が不安定になる場合や物理的に不自然な分布を許容してしまう場合がある。それを避けるため、すべり分布モデルの推定では、空間的な分布が滑らかであるという拘束条件を課す。具体的には、すべり量の空間 2 階微分が 0 に近いという事前確率分布

$$P(\mathbf{s}, \alpha^2) \propto \exp \left[-\frac{(\mathbf{L} \mathbf{s})^T (\mathbf{L} \mathbf{s})}{2\alpha^2} \right] \quad (6)$$

を適用する。ここで、 $\mathbf{L}$ は空間 2 階微分を表すラプラシアン演算子であり (例えば, Jónsson et al. 2002)、 α は滑らかさの拘束の強さを表すハイパーパラメータである。多くの先行研究では、 α の値を決めるための指標として、赤池・ベイズ情報量規準 (ABIC) や、残差と滑らかさのトレードオフ曲線を用いているが (Yabuki and Matsu'ura 1992, Jónsson et al. 2002 など)、本稿では MCMC 法を用いた Fukuda and Johnson (2008) の手法を採用する。これは、式 (6) 中の α も推定パラメータの一つとして、すべり量と α を同時に推定する方法である。これにより、観測値との合致度と分布の滑らかさのバランスを客観的に決定することができる。

以上のモデル推定方法を実装したプログラムを作成し、実際の地殻変動の観測データを用いてモデル推定を行った結果を、3. で報告する。

3. 推定結果

3.1 震源断層モデルの推定

3.1.1 平成 16 年 (2004 年) 新潟県中越地震

平成 16 年 (2004 年) 新潟県中越地震 (以下「新潟県中越地震」という。) における地震時の地殻変動量から、震源断層モデルの推定を行った。観測データには、F3 解から求めた GEONET の各観測点における地震前後の変動量及び観測誤差を用いた。

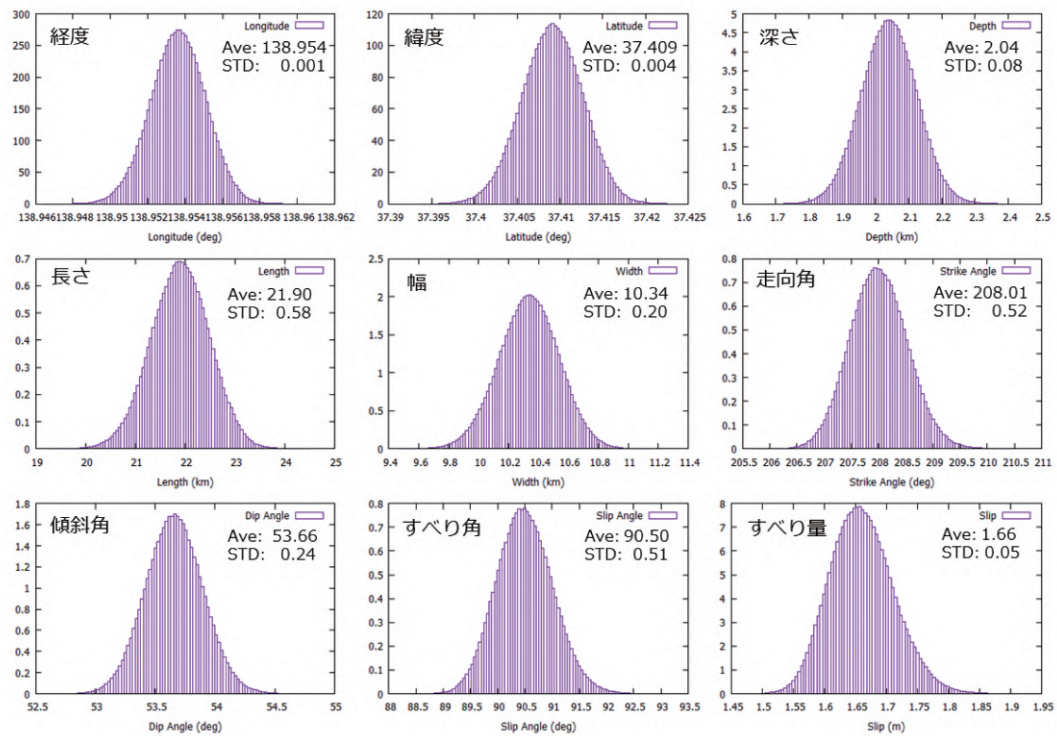


図-1 新潟県中越地震のモデルパラメータのヒストグラム.

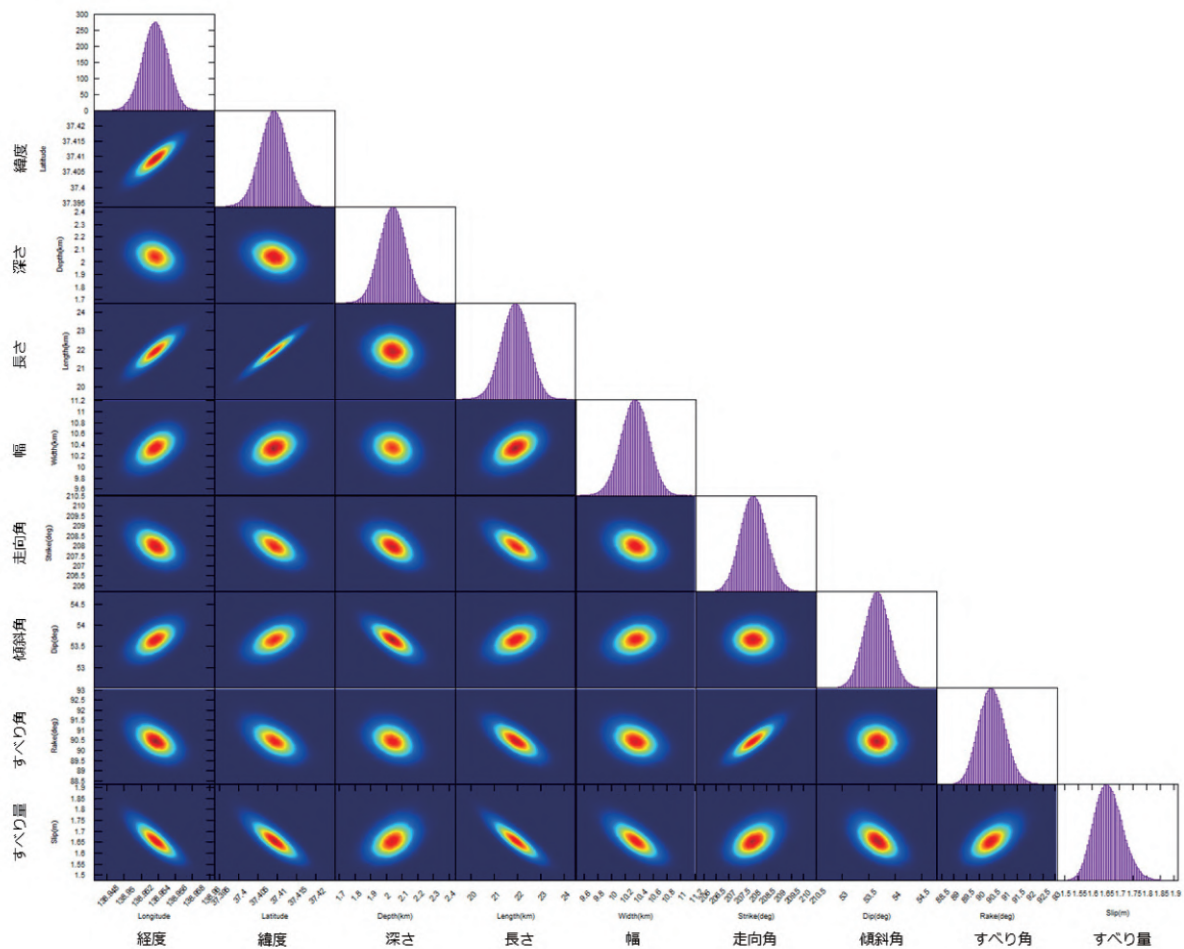


図-2 新潟県中越地震のモデルパラメータのコーナープロット. 各パラメータ間の相関関係を表す.

図-1 は、推定された 9 つのモデルパラメータの確率分布を表したヒストグラムである．これは、MCMC 法によって得られた解のサンプル θ_i についての周辺事後確率分布

$$P(\theta_i) = \int P(\theta_j | d) d\theta_{j \neq i} \quad (7)$$

に対応する．図-1 から各パラメータの確率分布は明確なピークを持っており、解がよく決まっていることが分かる．

図-2 はコーナープロットと呼ばれる、パラメータ間の相関関係を示す 2 次元ヒストグラムであり (Munekane et al. 2016), 2 つのパラメータについての周辺事後確率分布

$$P(\theta_i, \theta_j) = \int P(\theta_k | d) d\theta_{k \neq i, j} \quad (8)$$

に対応する．ほとんどのパラメータの組において、同心円状のガウス分布に近い分布をしていることから、パラメータはほぼ独立に推定できていることが分かる．一部のパラメータの組にはわずかな相関が見られるものの、その範囲は限定的であるため、本ケースでは各パラメータをよく推定できている．

図-3 は各パラメータの平均値を用いて計算した断層モデルによる地殻変動量と、実際の観測値を比較したものである．得られた VR 値は 97.87% で、推定されたモデルは観測値をよく説明していることが分かる．また、本モデルで推定されたモーメントマグニチュードは 6.64 であり (剛性率 30 GPa を仮定)、先行研究とも調和的である (小島ほか 2005)．

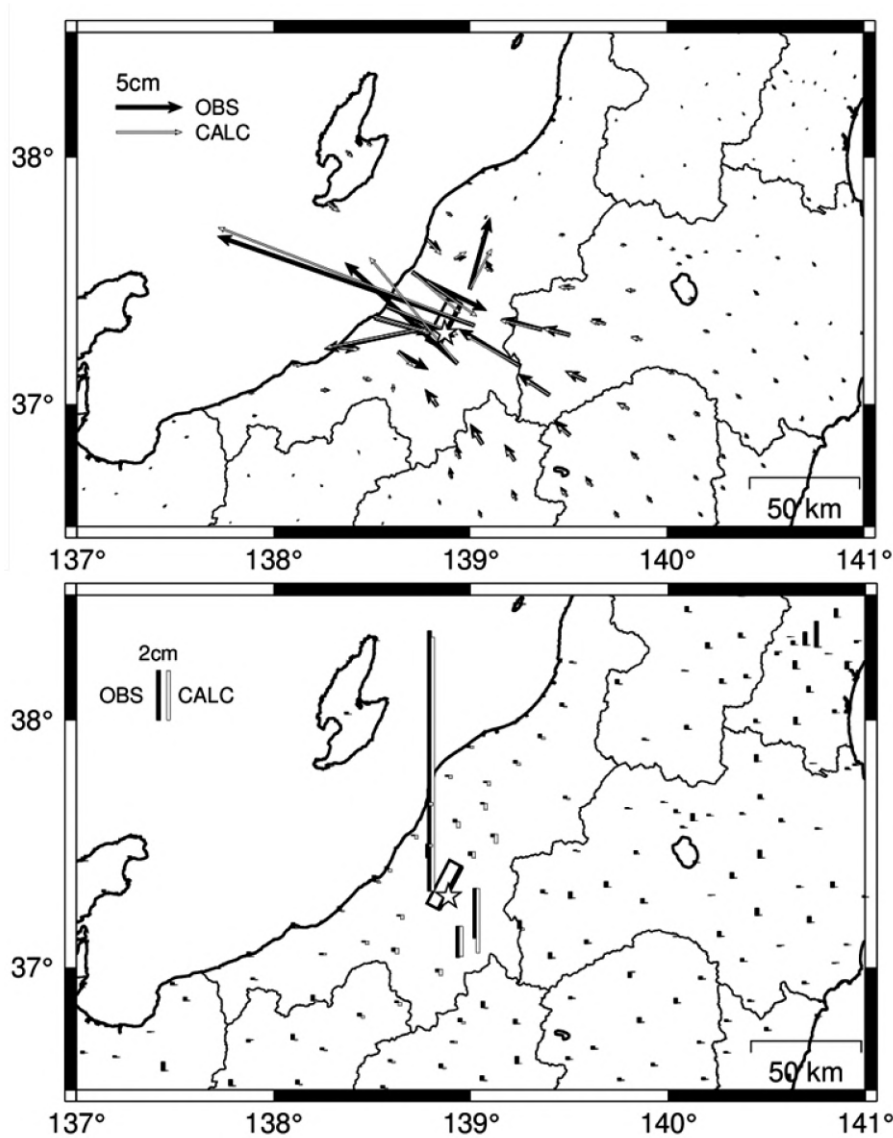


図-3 新潟県中越地震による地殻変動量の観測値(黒)と計算値(白)の比較. 上図は水平方向, 下図は上下方向の変動量を示す. 図中の矩形は地表面に射影した断層, 太線は断層上端の位置を表す. 星印は震央(気象庁より)を表す.

3.1.2 平成 23 年（2011 年）東北地方太平洋沖地震

平成 23 年（2011 年）東北地方太平洋沖地震（以下「東北地方太平洋沖地震」という。）における地震時の地殻変動量から、震源断層モデルの推定を行った。地震前後の観測データとして、2011 年 3 月 4～10 日及び 12 日の F3 解を使用し、観測誤差は水平方向を 1cm、鉛直方向を 3cm と仮定した。よって、観測データには、本震直後の余震や余効変動の影響も含まれていることに留意されたい。1 枚の矩形断層で推定したところ計算値と観測値に系統的な差が見られたため、断層上端がつながった 2 枚の矩形断層を用いて推定を行った。ここで、2 枚の断層の全パラメータを独立に推定した場合、パラメータ数が多く解が不安定になったため、傾斜角が 2 枚の断層で同じ値となるよう拘束した。このため、独立に推定したパラメータ数は、計 14 個である。

図-4 は、推定されたモデルパラメータのヒストグラムである。新潟県中越地震の場合と比較して、計算時のパラメータの採択率が低く、サンプル数は多

くないものの、双方の断層パラメータとも明確なピークを持つ周辺事後確率分布が得られた。また、各パラメータの平均値を用いて、各観測点における変動量を計算したところ、VR 値は 99.76% となり、観測値をよく説明できている（図-5）。推定されたモーメントマグニチュードは、2 枚の断層合計で 8.88 であり（剛性率 50 GPa を仮定）、同じく 2 枚の矩形断層を仮定した先行研究とも調和的である（水藤ほか 2011）。

3.1.3 2019 年 6 月 18 日山形県沖の地震

2019 年 6 月 18 日山形県沖の地震（以下「山形県沖の地震」という。）における地震時の地殻変動量から、震源断層モデルの推定を行った。本ケースでは、観測点の配置に偏りがあるため、拘束条件を課さずに推定した場合、断層面積とすべり量にトレードオフの関係が見られた。このため、式(5)の経験則による拘束を適用した（ $\sigma_M = 0.3$ を仮定）。

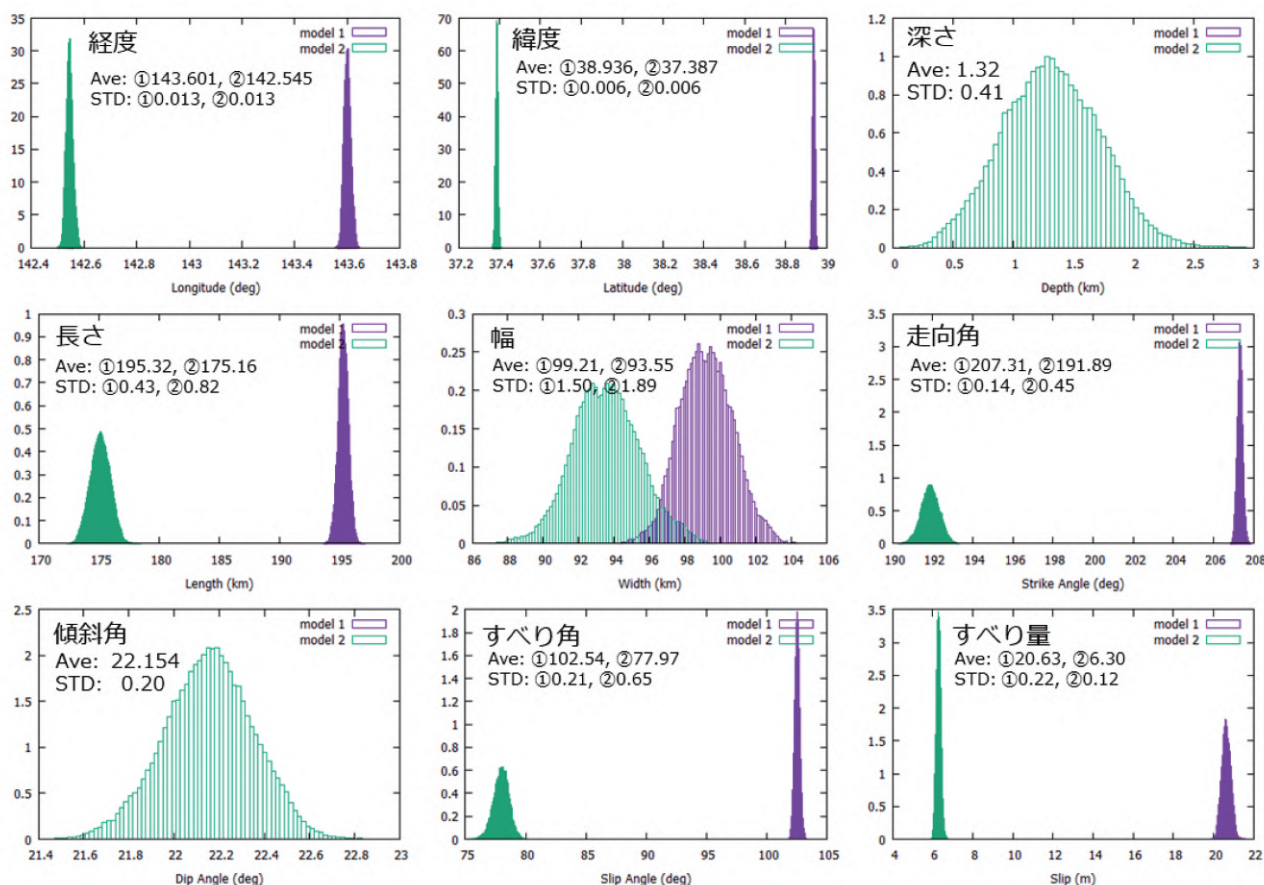


図-4 東北地方太平洋沖地震のモデルパラメータのヒストグラム。2 枚の断層は上端で接続されているため、片方の断層位置は従属的に決定される。また、傾斜角は 2 枚の断層で共通の値になるよう拘束している。

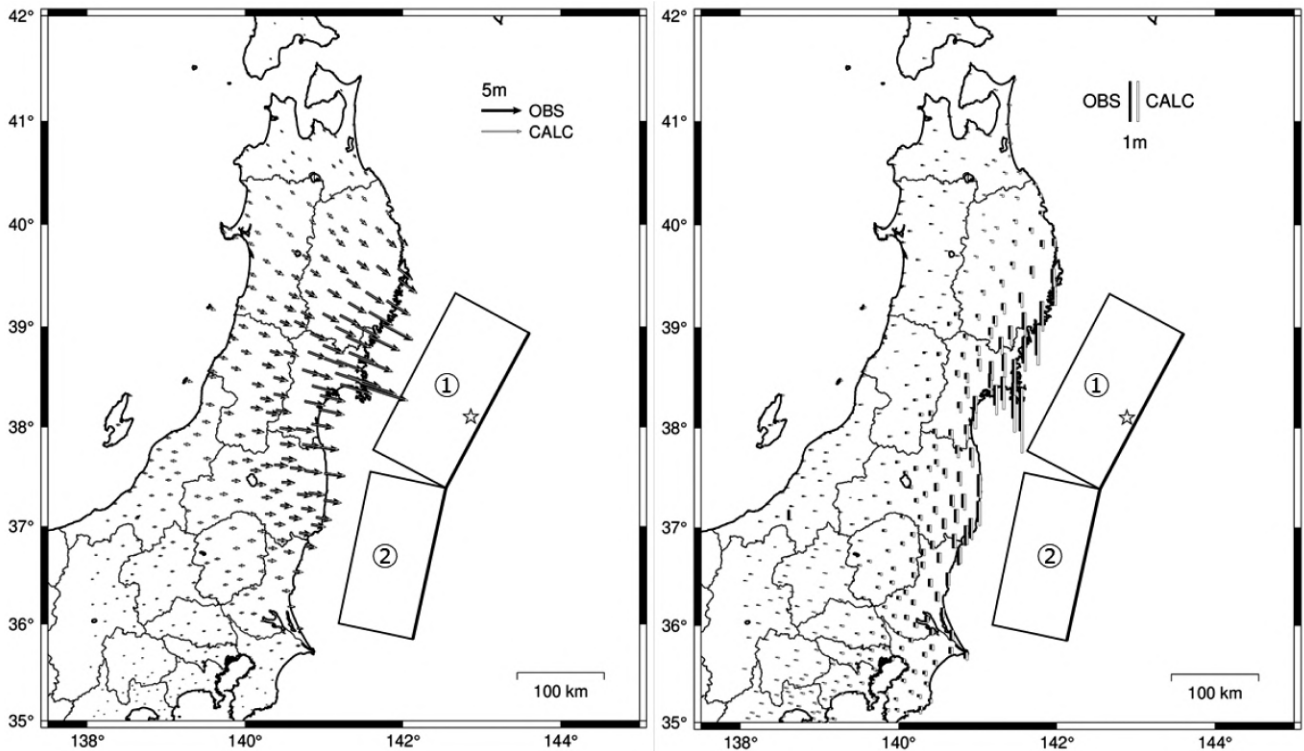


図-5 東北地方太平洋沖地震による地殻変動量の観測値(黒)と計算値(白)の比較。左図は水平方向、右図は上下方向を示す。図中の矩形は地表面に射影した2枚の断層、太線は断層上端の位置を表す。星印は震央(気象庁より)を表す。

また、試験計算において、南東傾斜及び北西傾斜の2つの異なる向きを持つ断層面が、同程度のVR値で推定されたため、これらの断層面を含む広いパラメータ範囲で探索を行った。この際、計算の効率化のため、パラレルテンパリング法において $T=(1, 2, 4, \dots, 2^6)$ の計7個の連鎖を並行して計算し、異なる向きの断層面のパラメータ間を多数回往復できるよう工夫を行った。また、2つの断層面のパラメータ空間上の距離を短くするため、断層の位置は断層中心で定義した。

以上の設定のもと、MCMC法によって震源断層モデルの推定を行ったところ、パラメータ空間上の離れた場所に2つのピークを持つ確率分布が同時に得られた。例えば、図-6における走向角と傾斜角の2次元ヒストグラムでは、2つに分離された明確なピークが見られる。これは、南東傾斜(走向角 $\sim 40^\circ$ 、傾斜角 $\sim 25^\circ$)及び北西傾斜(方位角 $\sim 210^\circ$ 、傾斜角 $\sim 60^\circ$)を持つ、パラメータ空間上離れた断層面のモデルパラメータを同時に推定していることを意味する。このような推定は、局所解のみを得る最小二乗法では不可能であり、今回のMCMC法のように、大域的な解を探索することによってのみ得られる結果である。

事後確率分布を各断層面のパラメータ範囲で積分

することにより、それぞれの向きの断層モデルをとる確率が得られ、南東傾斜及び北西傾斜でそれぞれ29%と71%の確率となった。ここで、モデルの確率が高いことは、与えられた誤差において取り得るパラメータの範囲が広いことを意味しており、観測値に対する合致度の高さを必ずしも表していないことに注意が必要である。実際、VRの平均値を比較すると、南東傾斜及び北西傾斜でそれぞれ98.28%、98.24%となる。

いずれにしても、異なる向きを持つ断層面のモデルが無視できない確率を持つことから、これら2つの断層面は、双方とも観測データを説明可能なモデルであることを示している。実際、2つの断層面それぞれに対するパラメータの平均値を用いて変動量を計算したところ、双方とも観測値をよく説明していることが分かる(図-7)。このことから、今回使用したGEONETの観測データのみでは、断層面の向きを決定することは困難であり、断層面の方向を決定するためには、別の情報(例えば、余震分布等)が必要となる。なお、推定されたモーメントマグニチュードは、各断層面ではほぼ同程度で6.31(南東傾斜)及び6.34(北西傾斜)である(剛性率30 GPaを仮定)。

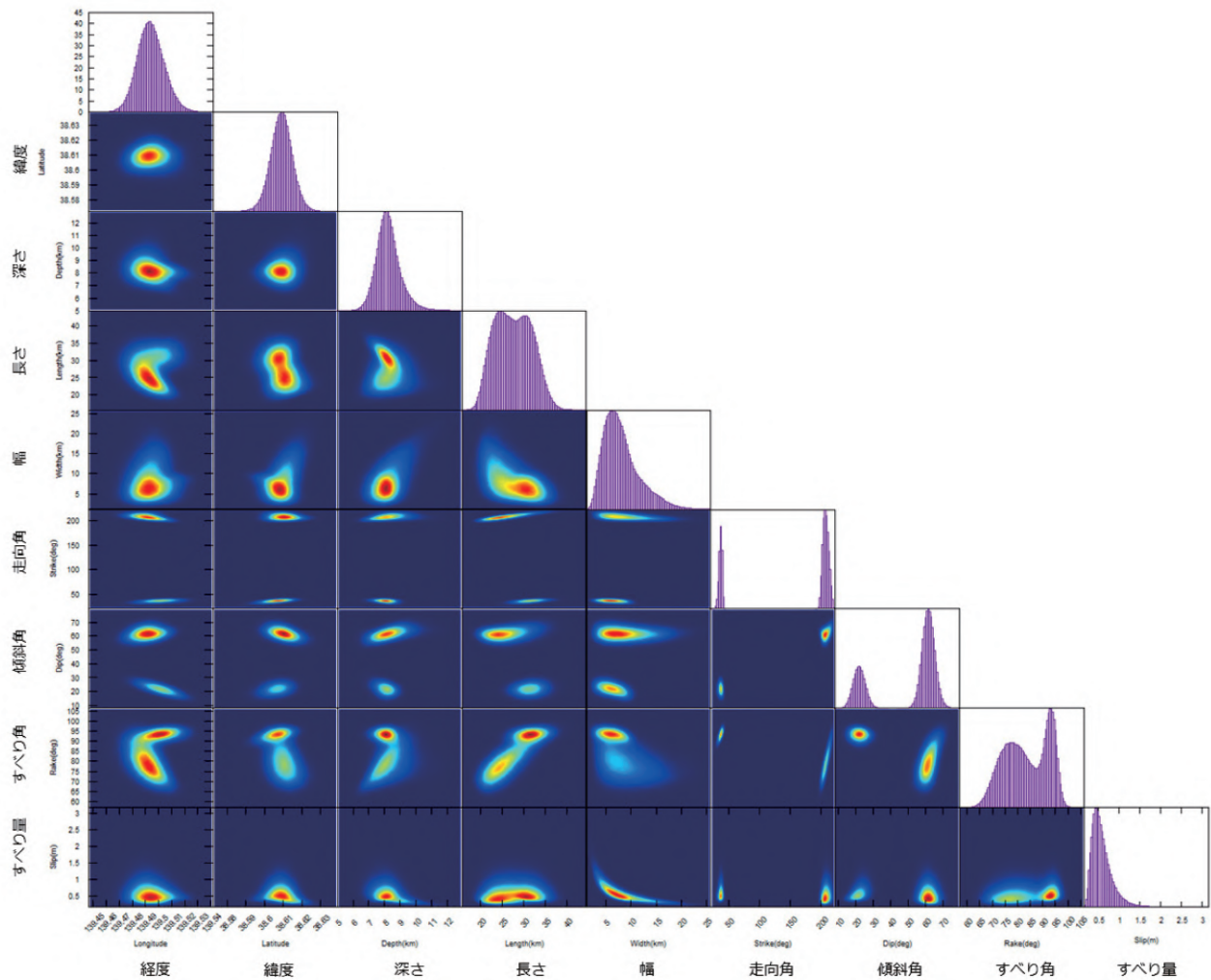


図-6 山形県沖の地震のモデルパラメータのコーナープロット。各パラメータ間の相関関係を表す。ここでは、断層の位置は断層中心で定義している。

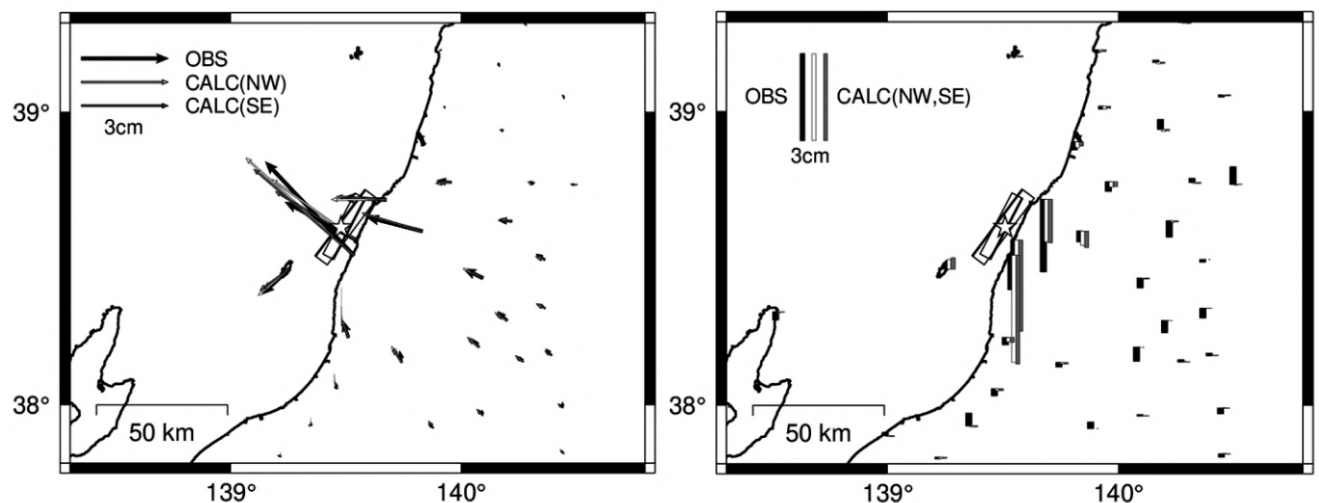


図-7 山形県沖の地震による地殻変動量の観測値（黒）と計算値（北西傾斜：白、南東傾斜：灰）の比較。上図は水平方向、下図は上下方向の変動量を示す。図中の矩形は地表面に射影した断層、太線は断層上端の位置を表す。北西傾斜（NW）と南東傾斜（SE）のモデルを重ねて図示している。星印は震央（気象庁より）を表す。

3.2 すべり分布モデルの推定（東北地方太平洋沖地震）

東北地方太平洋沖地震における地震時の地殻変動量から、すべり分布モデルの推定を行った。長さ 550 km×幅 240 km の領域を 300 個 (25×12) に分割し、深さ及び向きを太平洋プレート境界面 (Nakajima and Hasegawa 2006, 弘瀬ほか 2008, Nakajima et al. 2009, Kita et al. 2010) に合わせた断層パッチを使用した。観測データは 3.1.2 と同じデータを用いている。この他、拘束条件として、すべり角を逆断層方向から±10° 以内になるよう拘束した。また、海溝より海側の部分は、すべり量を 0 に拘束している。

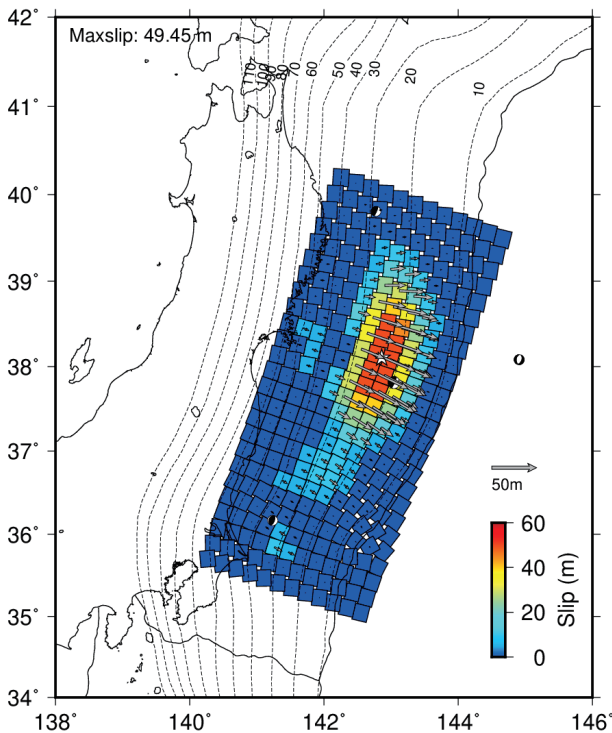


図-8 推定された東北地方太平洋沖地震のすべり分布。カラスケールはすべり量の絶対値、灰色矢印はベクトルを示す。また、観測データの期間中に発生した一定規模以上の本震及び余震の発震機構解、及び本震の震央(星印)を重ねて示している(気象庁より)。等値線は太平洋プレート境界面を示す。

本設定において、2.3 で記述した MCMC 法による推定を行った結果、すべり量及びハイパーパラメータ α の事後確率分布を得た。図-8 は、各断層パッチのすべり量の平均値を用いたすべり分布モデルである。震央付近に最大 50 m 程度のすべりを持つ分布が推定された。また、福島県沖から茨城県沖にかけ

ても 10 m の程度すべりが推定されている。これは本震以外に余震や余効変動の影響をプレート境界面上のすべりとして推定した結果と考えられる。このようなすべり分布の特徴は、Ozawa et al. (2011) と調和的である。一方、最大すべり量は、Ozawa et al. (2011) よりも大きい、これは、滑らかさの拘束の強さを決定する方法が異なるためと考えられる。本稿で推定された最大すべり量は他の先行研究 (例えば Simons et al. 2011) と整合的である。また、すべり分布から計算されるモーメントマグニチュードは 9.01 であり (剛性率 50 GPa を仮定)、Ozawa et al. (2011) と調和的である。

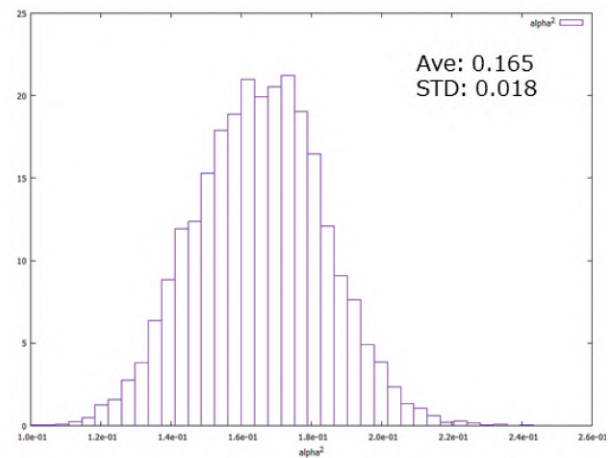


図-9 ハイパーパラメータ α^2 の周辺事後確率分布。 α^2 の絶対値は任意の値で規格化している。

得られたハイパーパラメータ α 及び各断層パッチにおけるすべり量の周辺事後確率分布は、明確なピークを持っており、本推定においてパラメータはよく決定されていることが分かる (図-9 及び図-10)。また、推定されたすべり量の標準偏差は、すべりの大きい領域で 2-3m 程度である。

得られたすべり分布から計算した変動量と、実際の観測値を比較すると、VR=99.85%となり、観測値をよく説明できている (図-11)。

以上から、すべり量と α を同時に推定することで、観測値との合致度と空間的分布の滑らかさのバランスを客観的に決定したすべり分布モデルを推定することができた。ただし、推定されるすべり分布は、モデル作成者が与えるすべり角等の拘束条件や、観測値及びその誤差によって異なる。本稿では、すべり分布モデルの推定を実証できたことに留め、詳細な議論は多数ある先行研究に譲る (例えば Iinuma et al. 2012, Ozawa et al. 2012, Tomita et al. 2020 等)。

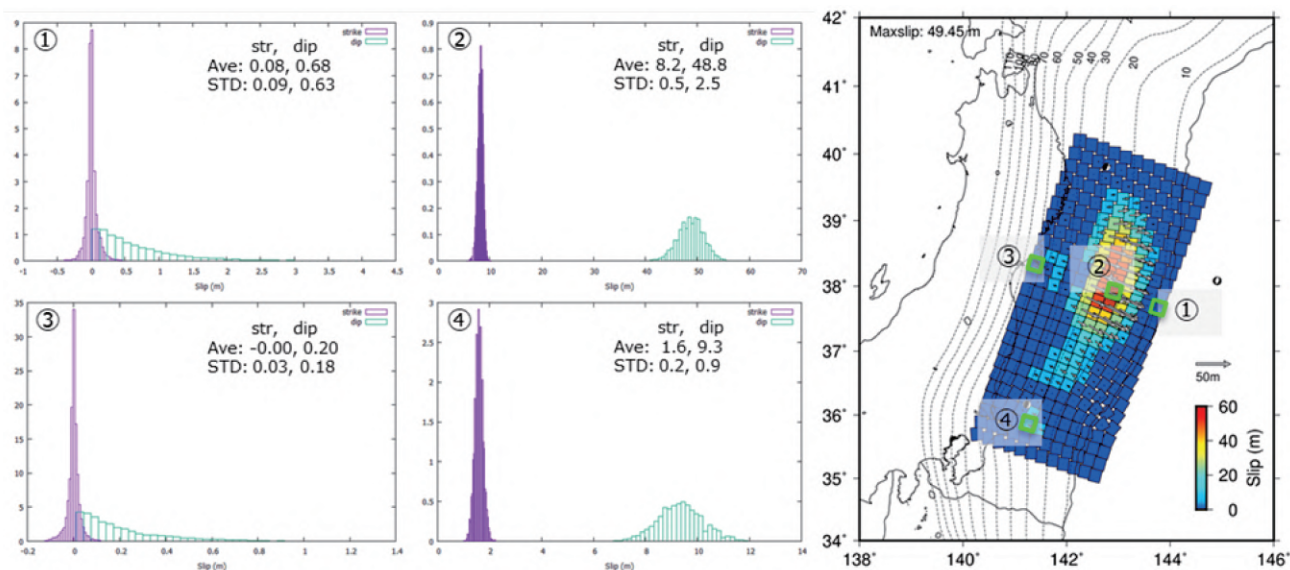


図-10 各断層パッチにおけるすべり量の周辺事後確率分布. 傾斜方向(緑, 逆断層方向が正)及び走向角方向(マゼンタ, 左横ずれ方向が正)のすべり量を示す. 各断層パッチの位置は, 右図の各番号に対応する.

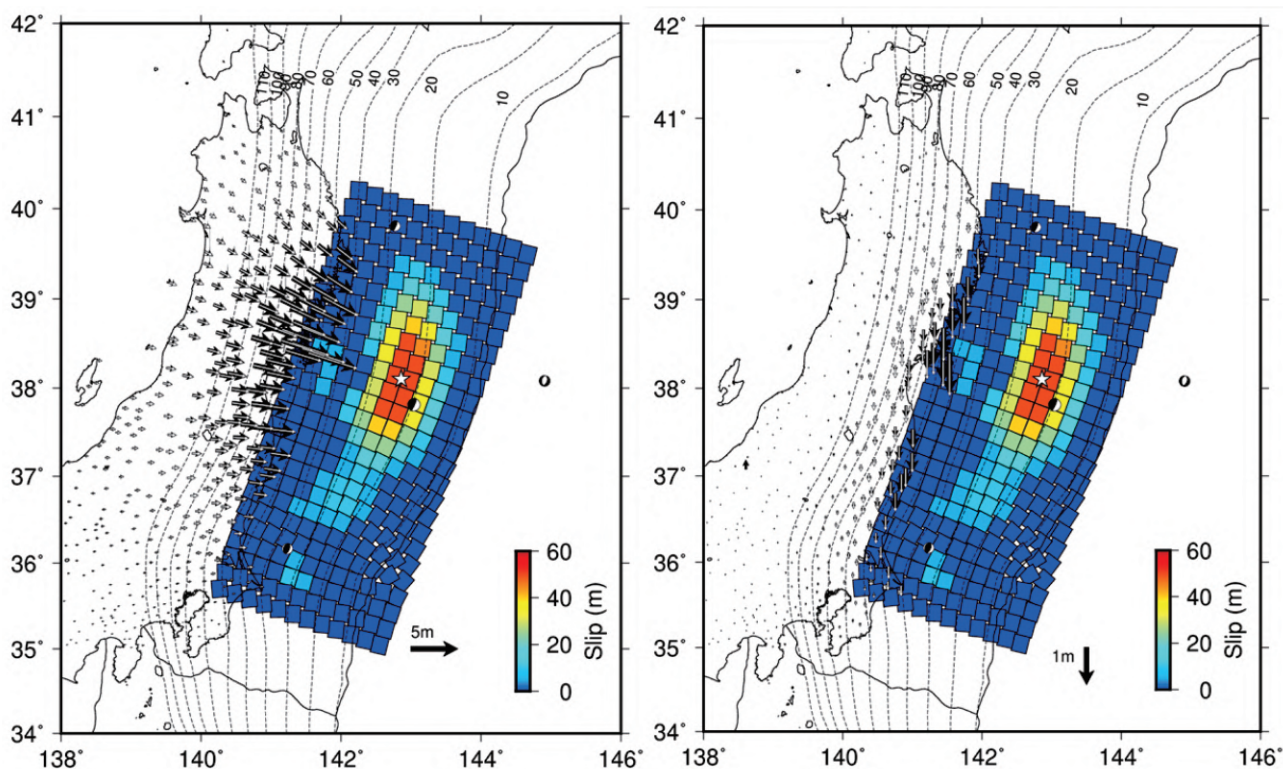


図-11 地殻変動量の観測値(黒)と計算値(白)の比較. 背景のカラースケールは, 推定されたすべり量の絶対値の分布を表す.

4. まとめと今後の課題

今回, MCMC 法を用いた震源断層モデル及びすべり分布モデル推定のためのプロトタイププログラムを開発し, 実際の地震時の地殻変動量からモデル推定を行った. 新潟県中越地震の震源断層モデルでは, 解が一意的に決定された一方, 山形県沖の地震では, 異なる断層面の向きを持つ震源断層が同時に推定さ

れた. 東北地方太平洋沖地震の震源断層モデルでは, 2 枚の断層を用いてパラメータ推定を行い, 観測値を説明するモデルを推定することができた. すべり分布モデルの推定では, 東北地方太平洋沖地震におけるデータから, すべり量及び滑らかさのハイパーパラメータを同時に推定できることが確認された.

MCMC 法によるモデル推定では, 与えられた誤差

に応じてとり得る解を広域に探索するため、局所解にとらわれることなく、大域的な解を確率的に評価することができる。反面、最小二乗法と比較して、統計的に十分な解のサンプルを得るために多くの計算時間が必要となる。収束途中の解のサンプルも観測値を説明しうるモデルであることから、実際のモデル推定において時間的な制約がある場合、その時点でのモデルとして採用するという判断も必要になる。また、現在のプログラムでは、初期パラメータや提案分布を試行錯誤の上決定しているため、計算効率に課題がある。提案分布の自動調節等、近年提案されている手法を参考に、さらなる改良を行っていく予定である（例えば Minson et al. 2014, Bagnardi and Hooper 2018）。

また、MCMC 法では、拘束条件を事前確率分布 $P(\theta)$ として定式化することでモデル推定に反映させることができる。今後、モデル作成者のニーズに合わせ、震源分布や応力変化の情報を用いた拘束等、様々な条件での推定が可能となるよう改良を進めていく予定である（例えば Sun et al. 2011, Wang et al. 2012, Dutta et al. 2018）。

謝 辞

震源情報及び発震機構解には、気象庁の震源データ及び CMT 解データを使用しました。図の作成には、Generic Mapping Tools (Wessel et al., 2013) を使用しました。

（公開日：令和 3 年 1 月 15 日）

参 考 文 献

- Bagnardi, M. and Hooper, A. (2018): Inversion of surface deformation data for rapid estimates of source parameters and uncertainties: A Bayesian approach. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 19, 2194-2211, doi:10.1029/2018GC007585.
- Dutta, R., Jónsson, S., Wang, T. and Vasyura-Bathke, H. (2018): Bayesian estimation of source parameters and associated Coulomb failure stress changes for the 2005 Fukuoka (Japan) Earthquake, *Geophysical Journal International*, Volume 213, Issue 1, Pages 261–277, doi:10.1093/gji/ggx551.
- Fukuda, J. and Johnson, K. M. (2008): A fully Bayesian inversion for spatial distribution of fault slip with objective smoothing, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 98, 1128-1146.
- Iinuma, T., Hino, R., Kido, M., Inazu, D., Osada, Y., Ito, Y., Ohzono, M., Tsushima, H., Suzuki, S., Fujimoto, H. and Miura, S. (2012): Coseismic slip distribution of the 2011 off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake (M9.0) refined by means of seafloor geodetic data, *J. Geophys. Res.*, 117, B07409, doi:10.1029/2012JB009186.
- Ito, T., Gunawan, E., Kimata, F., Tabei, T., Meilano I., Agustan, Ohta, Y., Ismail, N., Nurdin, I. and Sugiyanto, D. (2016): Co-seismic offsets due to two earthquakes (Mw 6.1) along the Sumatran fault system derived from GNSS measurements, *Earth, Planets and Space*, 68, 57, doi:10.1186/s40623-016-0427-z.
- Jónsson, S., Zebker, H., Segall, P. and Amelung, F. (2002): Fault Slip Distribution of the 1999 Mw 7.1 Hector Mine, California, Earthquake, Estimated from Satellite Radar and GPS Measurements. *Bulletin of The Seismological Society of America - BULL SEISMOL SOC AMER.* 92. 1377-1389, doi:10.1785/0120000922.
- Kita, S., Okada, T., Hasegawa, A., Nakajima, J. and Matsuzawa T. (2010): Anomalous deepening of a seismic belt in the upper-plane of the double seismic zone in the Pacific slab beneath the Hokkaido corner: Possible evidence for thermal shielding caused by subducted forearc crust materials, *Earth Planet. Science Lett.*, 290, 415-426.
- Matsu'ura, M. and Hasegawa, Y. (1987): A maximum likelihood approach to nonlinear inversion under constraints. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 47, 179-187.
- Minson, S. E., Simons, M., Beck, J. L., Ortega, F., Jiang, J., Owen, S. E., Moore, A. W., Inbal, A. and Sladen, A. (2014): Bayesian inversion for finite fault earthquake source models – II: the 2011 great Tohoku-oki, Japan earthquake, *Geophysical Journal International*, Volume 198, Issue 2, August, 2014, Pages 922–940, doi:10.1093/gji/ggu170.
- Montgomery-Brown, E. K., Sinnett, D. K., Poland, M., Segall, P., Orr, T., Zebker, H. and Miklius, A. (2010): Geodetic evidence for en echelon dike emplacement and concurrent slow slip during the June 2007 intrusion and eruption at Kīlauea volcano, Hawaii, *J. Geophys. Res.*, 115, B07405, doi:10.1029/2009JB006658.
- Munekane, H., Oikawa, J. and Kobayashi, T. (2016): Mechanisms of step-like tilt changes and very long period seismic signals during the 2000 Miyakejima eruption: Insights from kinematic GPS, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 121, 2932–2946, doi:10.1002/2016JB012795.

- Nakajima, J. and Hasegawa, A. (2006): Anomalous low-velocity zone and linear alignment of seismicity along it in the subducted Pacific slab beneath Kanto, Japan: Reactivation of subducted fracture zone?, *Geophys. Res. Lett.*, 33, L16309, doi: 10.1029/2006GL026773.
- Nakajima, J., Hirose, F. and Hasegawa, A. (2009): Seismotectonics beneath the Tokyo metropolitan area, Japan: Effect of slab-slab contact and overlap on seismicity, *J. Geophys. Res.*, 114, B08309, doi:10.1029/2008JB006101.
- Okada, Y. (1985): Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 75, 1135-1154.
- Okada, Y. (1992): Internal deformation due to shear and tensile faults in a half-space, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 82, 1018-1040.
- Ozawa, S., Nishimura, T., Suito, H., Kobayashi, T., Tobita, M. and Imakiire, T. (2011): Coseismic and postseismic slip of the 2011 magnitude-9 Tohoku-Oki earthquake, *Nature*, 475 (7356), 373-6, doi:10.1038/nature10227.
- Ozawa, S., Nishimura, T., Munekane, H., Suito, H., Kobayashi, T., Tobita, M. and Imakiire, T. (2012): Preceding, coseismic, and postseismic slips of the 2011 Tohoku earthquake, Japan. *Journal of Geophysical Research*, 117 (B7), B07404. doi:10.1029/2011JB009120.
- Sambridge, M. (2014): A Parallel Tempering algorithm for probabilistic sampling and multi-modal optimization, *Geophysical Journal International*, 196, 1, pp. 357-374, doi:10.1093/gji/ggt342.
- Simons, M., Minson, S., Sladen, A., Ortega, F., Jiang, J., Owen, S., Meng, L., Ampuero, J., Wei, S., Chu, R., Helmberger, D., Kanamori, H., Hetland, E., Moore, A. and Webb, F. (2011): The 2011 magnitude 9.0 Tohoku-Oki earthquake: Mosaicking the megathrust from seconds to centuries, *Science*, vol. 332, 6036, 1421-1425.
- Sun, J., Johnson, K. M., Cao, Z., Shen, Z., Bürgmann, R. and Xu, X. (2011): Mechanical constraints on inversion of coseismic geodetic data for fault slip and geometry: Example from InSAR observation of the 6 October 2008 Mw 6.3 Dangxiong-Yangyi (Tibet) earthquake, *J. Geophys. Res.*, 116, B01406, doi:10.1029/2010JB007849.
- Tomita, F., Iinuma, T., Ohta, Y., Hino, R. and Uchida, N. (2020): Improvement on spatial resolution of a coseismic slip distribution using postseismic geodetic data through a viscoelastic inversion. *Earth Planets Space* 72, 84. doi:org/10.1186/s40623-020-01207-0.
- Wang, L., Hainzl, S., Zöller, G. and Holschneider, M. (2012): Stress- and aftershock-constrained joint inversions for coseismic and postseismic slip applied to the 2004 M6.0 Parkfield earthquake, *J. Geophys. Res.*, 117, B07406, doi:10.1029/2011JB009017.
- Wessel, P., Smith, W. H. F., Scharroo, R., Luis, J. and Wobbe F. (2013): Generic Mapping Tools: Improved Version Released, *EOS Trans. AGU*, 94(45), p. 409-410, doi:10.1002/2013EO450001.
- Yabuki, T. and Matsu'ura, M. (1992): Geodetic data inversion using a Bayesian information criterion for spatial distribution of fault slip, *Geophys. J. Int.*, 109, 363-375.
- 弘瀬冬樹, 中島淳一, 長谷川昭 (2008) : Double-Difference Tomography 法による関東地方の 3 次元地震波速度構造およびフィリピン海プレートの形状の推定, *地震* 2, 60, 123-138.
- 地震調査研究推進本部地震調査委員会 (2017) : 震源断層を特定した地震の強震動予測手法 (「レシピ」) (令和 2 年 3 月 6 日).
- 小島秀基, 小清水寛, 米溪武次, 根本盛行, 岩田昭雄, 湯通堂亨, 雨貝知美, 矢萩智裕, 今給黎哲郎, 岩田和美 (2005) : 平成 16 年 (2004 年) 新潟県中越地震に伴う GEONET の緊急対応と地殻変動, *国土地理院時報*, 107, 71-77.
- 大野圭太郎, 太田雄策 (2018) : MCMC を用いたリアルタイム GNSS データによる単一矩形断層推定の不確実性定量評価の試み—2011 年東北地方太平洋沖地震への適用—, *測地学会*, 64 巻, 39-50.
- 水藤尚, 西村卓也, 小沢慎三郎, 小林知勝, 飛田幹男, 今給黎哲郎, 原慎一郎, 矢来博司, 矢萩智裕, 木村久夫, 川元智司 (2011) : GEONET による平成 23 年 (2011 年) 東北地方太平洋沖地震に伴う地震時の地殻変動と震源断層モデル, *国土地理院時報*, 122, 29-37.