

日本の測地測量における統合処理の考察（Ⅲ） —高度角観測値の処理—

A Study of Combined Adjustment in Geodetic Network of Japan
—Processing for Vertical Angle Observation Data—

地殻調査部 中根勝見
Crustal Dynamics Department Katsumi NAKANE

東北地方測量部 黒石裕樹
Tohoku Regional Survey Department Yuki KUROISHI

要旨

従来測量における高度角の値はジオイドの極短波長の影響をうけるので、鉛直線偏差を推定して橢円体面へ化成する投影法の使用は慎重を要する。その対策のひとつとして、高度角とGPS観測値との結合処理において、GPS観測値をジオイド面へ化成することを考える。

GPS観測値をジオイド面へ化成するため、①JGEOID93から推定された鉛直線偏差を用いた場合、②天文観測から得られた鉛直線偏差を用いた場合、③鉛直線偏差を未知量とした場合、の3通りの方法の計算を行った。その場合、GPS観測の処理は、JGEOID93を用いた高さの推定値が極めて良い結果を示している。

高度角を観測値とする測地網は、公共測量など比較的小規模なものである。このような小規模な測地網においては、橢円体面ではなくジオイド面で処理を行っても問題がない。

高度角等の従来測量の観測値は、図2に示すように鉛直線を基準にしたものである。

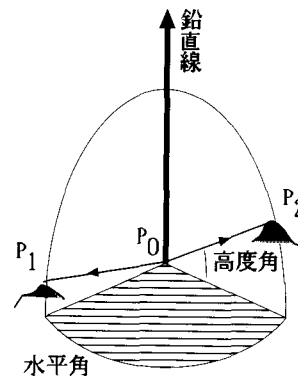


図2 水平角及び高度角

1 はじめに

筆者等は、本時報を借りて2回にわたり、日本の測地測量における統合処理の考察を行ってきた(中根・黒石, 1996, 中根・黒石, 1996)。それらの中で曖昧にしてきた高度角観測値の処理について、考察を深めたい。

2 結合データ処理(投影法, 展開法)

GPS観測から得られる基線ベクトルは図1に示すように、地心座標を基準にしたものである。それに対して、

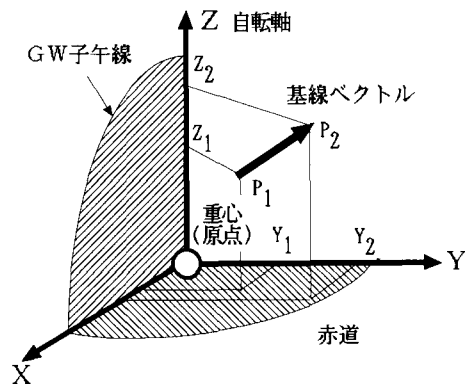


図1 GPS観測値(基線ベクトル)と地心座標

これら異なったシステムの観測値を結合させるためには、図3に示す鉛直線偏差を用いて、鉛直線を基準とした従来観測値を準拠橢円体の法線を基準とした観測値に化成する。この方法を「投影法」と呼んできている。GPS観測値がない場合でも投影法により処理されるべきであるが、観測点の鉛直線偏差が簡単に求まらないために、一般的にジオイド面は近似的に橢円体面と一致するものと仮定して処理をしてきている。

このようにジオイド面上で処理する方法を「展開法」と呼んできているが、展開法の実体は「手抜き処理」と言うべきものである。

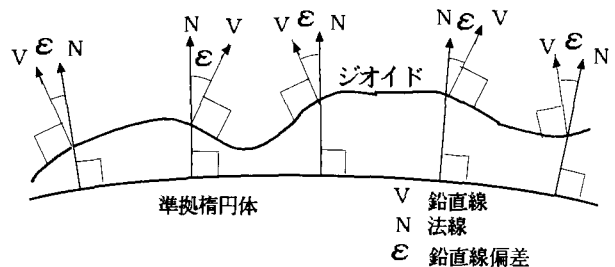


図3 鉛直線偏差

3 高度角観測値へのジオイドの短波長の影響

i 点における j 点から k 点方向の水平角の楕円体面上への化成は次式で表される。

$$\Delta \omega = \omega_{ijk} - W_{ijk} = [(\xi_i \sin T_{ijk} - \eta_i \cos T_{ijk}) \tan \alpha_{ijk} - (\xi_i \sin T_{ijj} - \eta_i \cos T_{ijj}) \tan \alpha_{ijj}] \quad (1)$$

ここに、 ω は楕円体上の水平角、 W は水平角観測値、 α は高度角、 $\xi \cdot \eta$ は鉛直線偏差の南北・東西成分、 T は方位角である。

式を見ても分かるように、高度角 α が小さければ化成は小さい。また、2 方向の化成量の差で表されているので、化成そのものが大きくない。現実の 1 等三角測量網の場合、この化成を省略してもほとんど問題のないことが確かめられている (NAKANE, 1993)。

次に、高度角と鉛直線偏差の関係を考察してみる。高度角への化成は次式で表される。

$$\Delta \alpha = \alpha' - \alpha = (\xi \cos T + \eta \sin T) \quad (2)$$

ただし、 α' は楕円体上の高度角、 α は観測高度角、 T は方位角、 $\xi \cdot \eta$ は鉛直線偏差の南北・東西成分である。



図4 重力鉛直線偏差と天文鉛直線偏差の差(矢印)が10秒角を越えるもの(中根・黒石, 1996)

式をみても分かるように、鉛直線偏差の誤差は、方向によってはそっくりそのまま高度角の誤差になってしまう。鉛直線偏差は極短波長のジオイドの影響をうけ、実際問題として、任意の観測点における鉛直線偏差を2~3"程度の精度で決定することは不可能である。例えば、半径500m高さ300mの山がつくりだす山麓での鉛直線偏差は、3"程度である。特に山岳地域が多い日本では、

地形質量による影響は極短波長の不規則な鉛直線偏差をつくりだし(図4)、観測点における鉛直線偏差を正確に推定することは実用的には不可能に近い。

このように、ジオイドの極短波長成分の影響を強くうける高度角観測値を含む測地網において、投影法を用いるとき注意を払う必要がある。

4 GPS観測値のジオイド面への化成による高さの推定の見積もり

要旨で述べた3通りの手法について、GPS観測値から推定された高さの精度を精密水準測量の結果と比較することで評価する。

4.1 鉛直線偏差を用いない場合の展開法処理

公共測量作業規程では、二つの異なったシステムを微小回転及びスケール補正により結合している。この処理は、日本周辺の精密ジオイドが公認されていない時点でのものである。その観測方程式は次式で与えられている。

$$\begin{bmatrix} v_{xij} \\ v_{yij} \\ v_{zij} \end{bmatrix} = -R_i \begin{bmatrix} du_i \\ dv_i \\ dH_i \end{bmatrix} + R_j \begin{bmatrix} du_j \\ dv_j \\ dH_j \end{bmatrix} + M_\xi \begin{bmatrix} x_{oij} \\ y_{oij} \\ z_{oij} \end{bmatrix} \bar{\xi} + M_\eta \begin{bmatrix} x_{oij} \\ y_{oij} \\ z_{oij} \end{bmatrix} \bar{\eta} + M_a \begin{bmatrix} x_{oij} \\ y_{oij} \\ z_{oij} \end{bmatrix} \alpha + \begin{bmatrix} x_{oij} \\ y_{oij} \\ z_{oij} \end{bmatrix} S + \begin{bmatrix} x_{oij} - x_{ij} \\ y_{oij} - y_{ij} \\ z_{oij} - z_{ij} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{ただし、} R = \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \lambda & \cos \phi \cos \lambda \\ -\sin \phi \sin \lambda & \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda \\ \cos \phi & 0 & \sin \phi \end{bmatrix}$$

$$M_\xi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos \lambda \\ 0 & 0 & -\sin \lambda \\ \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \end{bmatrix}$$

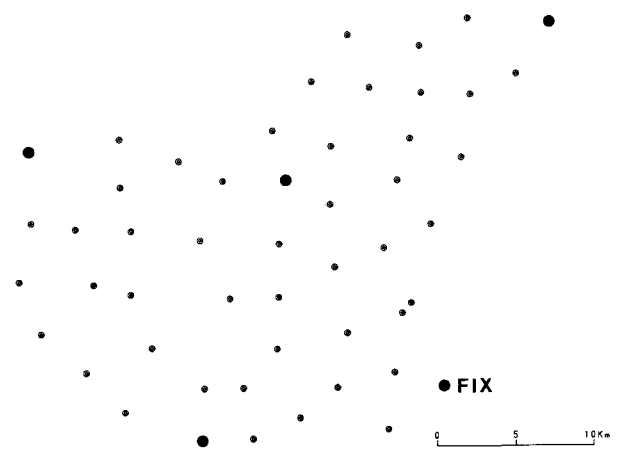


図5 房総半島のGPS観測網: 全点が精密水準測量により高さが決定されている

$$\begin{bmatrix} M_{\eta} = & 0 & -\cos \phi & -\sin \phi \sin \lambda \\ & \sin \phi & 0 & \sin \phi \cos \lambda \\ & \sin \phi \sin \lambda & -\sin \phi \cos \lambda & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M_{\xi} = & 0 & \sin \phi & -\cos \phi \sin \lambda \\ & -\sin \phi & 0 & \cos \phi \cos \lambda \\ & \cos \phi \sin \lambda & -\cos \phi \cos \lambda & 0 \end{bmatrix}$$

ここで、 ϕ 、 λ は網内の平均的緯度経度、 $[du, dv, dH]^T$ は局地座標値の南北、東西、高さ方向に対する補正值、 $[x, y, z]^T$ は観測値ベクトル、 $[x_0, y_0, z_0]^T$ は初期値ベクトル、 ξ 及び η は南北及び東西方向の微小回転、 α は網の鉛直軸の微小回転である。

図5は房総半島におけるGPS観測網である。この網の全点において精密水準測量により高さが正確に決められているので、GPS観測から得られる高さの精度が見積られる。図に示す●印の4点を与点として網平均計算を行った結果、高さの未知点全点の平均2乗誤差は $\pm 0.102\text{m}$ であった。高さの誤差を小さくするために与点を10点にすると、平均2乗誤差は $\pm 0.033\text{m}$ に改善された。この方法は、調査地域の鉛直線偏差が一様であるとの仮定で処理している。調査地域の短波長のジオイド高を考慮していない処理なので、調査地域が広くなれば、高さの精度が悪くなる。

4.2 鉛直線偏差によりGPS観測値をジオイド面へ化成した場合の処理

鉛直線偏差により基線ベクトルをジオイド面へ化成する補正式は、(4)式に示された ξ 及び η に相当する項をまとめた次式による。

$$\begin{bmatrix} \Delta x, \Delta y, \Delta z \end{bmatrix}^T = (\xi \cdot M_{\xi} + \eta \cdot M_{\eta}) \begin{bmatrix} x, y, z \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

この(4)式における ξ 及び η は基線ベクトル観測点2点間の平均的鉛直線偏差であって、(3)式における網全体の平均的回転量 $\bar{\xi}$ および $\bar{\eta}$ と異なる。この式により各基線ベクトル観測値がジオイド面へ化成される。

用いた鉛直線偏差に系統誤差がある場合を考慮して、(3)式に示された観測方程式により処理する。この場合(3)式内の $\bar{\xi}$ 及び $\bar{\eta}$ は、(4)式で示された補正に系統的な傾き誤差がある場合、それを吸収する役割をもつ。

(4)式の補正にもちいる鉛直線偏差(ξ , η)として、JGEOID93から次式により推定された鉛直線偏差を用いることを考えた。

$$\begin{aligned} \xi &= -(\partial N / \partial \phi) / R \\ \eta &= -(\partial N / \partial \lambda) / R \cos \phi \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、 N はジオイド高、 $\phi \cdot \lambda$ は緯度・経度、 R は地球の半径である。

図5に示した4点を与点として、この方法により網平均計算を行い、高さの誤差を求めた。未知点の平均2乗誤差は $\pm 0.015\text{m}$ で、JGEOID93の効果が著しいことが分かった。

鉛直線偏差は、天文観測結果からも得られる(中根他, 1995)。この天文鉛直線偏差を用いて上記と同様な計算を行い、高さの平均2乗誤差 $\pm 0.022\text{m}$ を得た。

5 水平位置の誤差

4では高さの精度について考察したが、水平座標値の精度についても考察しなければならない。4で行った同じ種類の計算では、経度及び緯度の水平座標値の計算結果は、いずれの方法によっても「まるめ誤差」の範囲内にあった。したがって、水平座標値の誤差は、いずれの処理方法を用いても問題がないことが分かった。

6 まとめ

GPS観測結果において高さの推定が最も不安定であり、それらについての考察をまとめ、次表のようになる。

処 理 方 法	与点	平均誤差	GPS観測値の最適誤差
鉛直線偏差を用いた展開法 (JGEOID93) (天文)	4	0.013m	13mm
	4	0.023	16
鉛直線偏差を用いない展開法	4	0.102	29
	10	0.033	34

上表の最右欄「GPS観測値の最適誤差」の数値は、先験的に与えるGPSの誤差として最適な数値を示している。小さい数値の方が、GPS観測値の「内部整合性」がよいことを示すものである。一方、平均的誤差は未知量の真値との整合性を示すもので、GPS観測値の「外部整合性」を表している。鉛直線偏差を用いない展開法による処理の場合、高さの与点を多くすれば、外部整合性は良くなる(0.033m)が内部整合性が著しく悪くなる(34mm)。

高度角観測値を含む測地網は、公共測量のような比較的小規模なものである。公共測量作業規程では、特別な場合以外、最低3点の高さの既知点を設けるように定められている。したがって、公共測量の測地網においては、ジオイドの長波長(波長10km程度以上)の影響は、網内に設けられた水準点などの既知高により消去できることになる。短波長(波長数km)のジオイドの影響はJGEOID93により補正できる。極短波長(波長数km以内)のジオイドの影響は、パワーが大きくないので高さ決定への影響は大きくない。しかし、高度角への影響は無視できないであろう。これらのことは、今回の計算例により示されたと思う。

以上の考察から、高度角観測値を含む測地網においては、投影法でなく高度角になんらの化成をほどこさない展開法によることもひとつの有力な方法であることが分

かった。この場合、JGEOID93から推定される鉛直線偏差を用いて、GPS観測値をジオイド面へ変換することが有効である。この方法で得られる、3次元座標値は公共測量などに十分な精度を保ったものであるといえる。

追記：現代測地学では、距離や角等の測量データと重力などの測地データを統一したモデルで処理する「統合測地学：Integrated Geodesy」が、一般的になりつつあ

る。「投影法：Projection Method」及び「展開法：Development Method」の言葉は古典的な測地学で使われてきたもので、本論でもこれまでの例にしたがって、ジオイド面で処理するものを「展開法」と呼んできた。しかし、従来測量の観測値にGPS観測値を結合して処理するような場合、古典的な「展開法」という言葉が適切であるか疑問である。言葉だけが一人歩きすると、間違った概念を与える可能性があり、今後正確な言葉を決める必要があろう。

参 考 文 献

- Kuroishi Y. (1995) : Precise Gravimetric Determination of Geoid in the Vicinity of Japan, Bull. GSI 41, 1-93.
- Nakane K. (1993) : Effect of Deflections of the Vertical on Side Length of Triangulation Network, 測地学会誌 39, 275-281.
- 中根勝見・黒石裕樹 (1995) : 日本の測地測量における統合処理の考察 (I) : 国土地理院時報84, 9-18.
- 中根勝見・黒石裕樹 (1996) : 日本の測地測量における統合処理の考察 (II) : 国土地理院時報85, 1-17.