

航空機搭載レーザースキャナーによる観測密度の事前評価について Preflight Evaluation of Data Point Density in Airborne Laser Scanning

地理地殻活動研究センター 神谷泉

Geography and Crustal Dynamics Research Center Izumi KAMIYA

要 旨

本稿では、①航空機搭載レーザースキャナーを、走査線のフットプリントの形状により平行型とW型に分類し、②撮影計画の方針を、重複撮影を行わない単コース、同一の飛行コースで重複撮影する単純重複コース、サイドラップをとって重複撮影するサイドラップコース、縦方向と横方向の飛行コースを用いるクロスコースに類型化し、計測点の密度について評価した。評価の指標として、計測点面密度（単位面積あたりの計測点数）、欠測セル率（セル中に計測点が存在しないセルの割合）、平均2乗内挿距離を用いた。その結果、以下の結論を得た。

平行型においてもW型においても、クロスコースの計測点の密度は、2回重複撮影する単純重複コースと同じである。平行型においては、ちょうど n 回重複撮影するサイドラップコースの計測点の密度も、 n 回重複撮影する単純重複コースと同じである。一方W型においては、ちょうど n 回重複撮影するサイドラップコースW型は、欠測セル率を指標としても、平均2乗内挿距離を指標としても、 n 回重複撮影する単純重複コースW型よりも有利である。W型で重複撮影を行う場合は、原則としてサイドラップコースを採用すべきである。ちょうど n 回重複撮影するサイドラップコースは、特に有利である。

1. はじめに

近年、航空機を用いたレーザースキャニング(Ackermann, 1999; Wehr and Lohr, 1999)が、空中写真撮影を代替・補完する地理情報取得方法として利用されている。空中写真撮影においては、その計画方法が確立しているが(例えば、木本, 1971)、レーザースキャニングにおいては、機器の仕様が航空カメラほど標準化されていないこともあり、標準的な計画方法が確立されていない。

特に、計測点の密度(データ密度)の評価に関しては、異なる機器・機体を用いた提案を正確に比較することは困難である。固定翼機を用いる場合はアロングトラック方向(航空機の進行方向)の計測点間隔を狭くすることが困難であるため、アロングトラック方向の計測点間隔とクロストラック方向(航空機の進行方向と直行する方向)の計測点間隔が大きく違い、さらにこれを補うため繰り返し撮影によりデータ密度を確保する場合があります、問題を複雑化している。現在検討されているレーザース

キャニングの地形測量への応用の標準化においても、この点は考慮されていない(建設省国土地理院, 1999, 2000; 小荒井・鈴木, 2000)。本稿では、データ密度を計画段階で評価する方法について、考察する。

2. 前提条件

特に断りのない限り、本稿では以下の仮定のもとに議論を進める。

- 1) 航空機は、計画どおり飛行し、姿勢も変化しない。
- 2) 地表面(地物表面を含む)の高さの違いによる計測点の平面位置のずれは無視する(無限遠からの観測に相当)。
- 3) 全ての計測点で有効なデータが取得できる。
- 4) クロストラック方向の計測点間隔は、どこでも同じとする。
- 5) 走査線が平行である場合(以下「平行型」と呼ぶ)、走査線は飛行方向に垂直な直線であり、走査線の間隔(アロングトラック方向の計測点間隔)は、どこでも同じとする(図-1(a))。
- 6) 走査線がW型である場合(以下「W型」と呼ぶ)、走査線は飛行方向にほぼ垂直な直線であり、飛行方向と一定の角度で交わり、隣接する走査線の端は、走査範囲の外縁で一致する(図-1(b))。
- 7) 複数のコースの重複部においては、異なるコースの計測点の間の位置関係は制御できず、ランダムであるとする。
- 8) 同一の条件で繰り返し撮影を行った場合、条件がわずかに異なるとモアレ縞が発生するが、実際にはこのような条件で撮影できないとし、モアレ縞の影響による

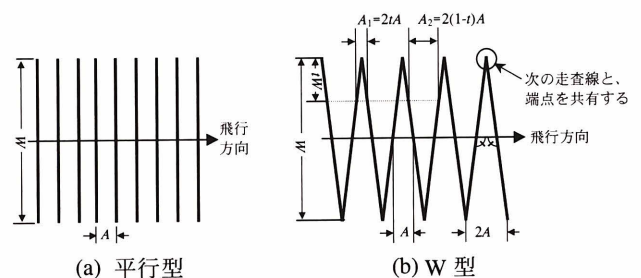


図-1 走査線のフットプリントの形状

データ密度の粗密は無視する。

- 9) 飛行コースのフットプリントからの距離によりデータ密度の期待値が異なる場合は、最悪の部分で評価する。

本稿では、飛行コースを以下のように類型化し（以下、「計画方針」と呼ぶ）、評価する。

- 1) 単コース
重複撮影を行わずに必要なデータ密度を確保する方法（オーバーラップする複数コースであっても、1コースで必要なデータ密度を満たす設計を含む）。
 - 2) 単純重複コース
同一の飛行コースを複数回（ p 回）飛行し、データ密度を確保する方法。
 - 3) クロスコース
縦横に直交するコースを飛行し、データ密度を確保する方法（図-6参照）。
 - 4) サイドラップコース
コース間にサイドラップ（ s ）を設け、データ密度を確保する方法（図-2）。
- サイドラップコースでは、観測範囲は、必ず $n = \text{floor}(1/(1-s))$ コースから撮影され、 $n+1$ コースから撮影される場合もある（ $((n-1)/n \leq s < n/(n+1))$ （ $\text{floor}(x)$ は、 x を超えない最大の整数）。 n を、完全重複撮影回数と呼ぶ。例えば、 $0 \leq s < 1/2$ で $n=1$ 、 $1/2 \leq s < 2/3$ で $n=2$ である。また、ちょうど n 回重複撮影する（ $n=1/(1-s)$ ）場合、完全 n 回重複撮影と呼ぶ。例えば、完全2回重複撮影は $s=1/2$ 、完全3回重複撮影は $s=2/3$ に対応する。
- 本稿では、以下の記号を使用する。

- A アロングトラック方向の平均計測点間隔
 A_1, A_2 ある場所でのアロングトラック方向の計測点間隔（W型の場合）
 C クロストラック方向の計測点間隔
 W 走査幅
 p 単純重複コースの重複撮影回数
 s サイドラップ
 n サイドラップコースにおける完全重複撮影回数（ $n = \text{floor}(1/(1-s))$ ）

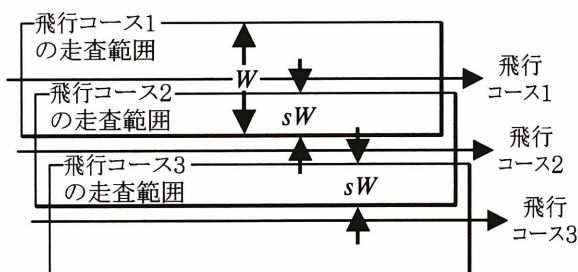


図-2 サイドラップコース（サイドラップ s ）

- D 計測点面密度
 D_s 単コースの計測点面密度
 L 欠測セル率
 L_p 単コース平行型の欠測セル率
 L_w 単コースW型の欠測セル率
 $L_0(t)$ 走査範囲の端から tW だけ離れた位置での単コースW型の欠測セル率
 O 観測セル率
 O_A アロングトラック方向の観測セル率
 O_C クロストラック方向の観測セル率
 r 指定された点と、これに最も近い計測点との間隔
 $\bar{r}$ r の2乗平均（ $\sqrt{E(r^2)}$ ）

平行型では、アロングトラック方向の計測点間隔は常に A である。W型では、走査範囲の中央では A 、走査範囲の端では $2A$ または 0 である。一般に、走査範囲の端から距離 tW だけ離れた所では、走査線間隔は、交互に $A_1 = 2tA$ または $A_2 = 2(1-t)A$ である（図-1(b)）。

サイドラップコースでは、一番外側の飛行コースの走査範囲の外側部分（外側の端から sW まで）のデータは、本来あるはずの重複がないため、使用しないものとする。

3. 計測点面密度

ここでは、単位面積に含まれる計測点の数の平均値（計測点面密度 D ）でデータ密度を評価する（表-1）。

単コースでは、平行型でもW型でも平均して $A \times C$ に1点の計測を行う。よって、計測点面密度は $D = D_s = 1/AC$ である。

単純重複コース、クロスコースでは、重複撮影回数を増やせば、計測点数がこれに比例して増加するため、計測点面密度もこれに比例して増加する。

サイドラップコースでは、 $s < 1/2$ （サイドラップ50%未満）の場合は重複撮影されない部分があり、最悪の部分で評価するため、計測点面密度は向上しない。一般には、完全重複撮影回数を n とすると、全ての部分を n 回重複して撮影するので、計測点面密度は単コースの場合の n 倍になる。

表-1 計測点面密度

計画方針	計測点面密度 D
単コース	D_s
単純重複コース（ p 回重複撮影）	pD_s
クロスコース	$2D_s$
サイドラップコース（完全重複撮影回数 n ）	nD_s
$D_s = 1/AC$ $n = \text{floor}(1/(1-s))$ （ s はサイドラップ）	

4. 欠測セル率

ここでは、計測データをリサンプリングし、グリッド

形式のデータとして使用することを考える。簡単のため、グリッド間隔は1とする。以下の結論をグリッド間隔 d の場合に適用するには、 A を A/d 、 C を C/d とすればよい。セル内に計測点が存在しない場合は欠測とみなし、欠測となるセルの割合（欠測セル率 L ）でデータ密度を評価する。また、セル内に計測点が存在するセルの割合を観測セル率 O とする（ $O+L=1$ ）。欠測セル率が L_1 の観測と L_2 の観測を行ない、2つの観測結果からグリッド形式のデータを作成すると、両方の観測でともに欠測となったセルが最終的な欠測セルとなる。観測が独立であることを考慮すると、 $L=L_1 L_2$ となる。以下の考察、計算により求めた欠測セル率を、表-4に示す。

4. 1 平行型

単コース平行型では、間隔 $A \times C$ で計測したデータをリサンプリングし、グリッド間隔1のグリッド形式のデータを作成する（図-3）。注目しているセルの左下を原点とした（原点に対して右上直近の）計測点の座標を (x, y) とする。観測セル率 O は、 $0 \leq x \leq A$ 、 $0 \leq y \leq C$ の範囲で一様分布する確率変数 (x, y) が $x \leq 1$ かつ $y \leq 1$ となる確率である。 $x \leq 1$ となる確率（アロングトラック方向の観測セル率 O_A ）は $\min(1/A, 1)$ 、 $y \leq 1$ となる確率（クロストラック方向の観測セル率 O_C ）は $\min(1/C, 1)$ である（ $\min(a, b)$ 、 $\max(a, b)$ は a, b の最小値、最大値）。観測率は、その積であり、 $O=O_A O_C=\min(1/A, 1) \min(1/C, 1)$ である。欠測セル率 L は、 $L=L_p=1-O=1-\min(1/A, 1) \min(1/C, 1)$ となる。

A, C がともに1より小さい場合（計測点間隔がグリッド間隔より小さい場合）は、（計測点面密度 D によらず） $L=1$ となる。逆に、 A, C がともに1より大きい場合（計測点間隔がグリッド間隔より大きい場合）は、 $L=1-1/AC=1-D$ となり、計測点面密度 D が決まると欠測セル率 L が決まる。それ以外の場合は、計測点面密度一定（ $AC=一定$ ）の条件の下では、 A と C が近いほど欠測セル率は小さくなる（単純重複コース平行型、クロスコース平行型、サイドラップコース平行型の場合も同様）。

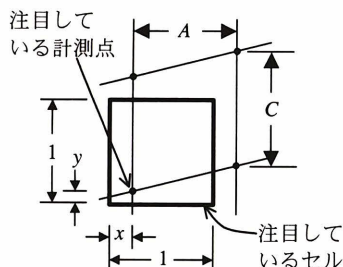


図-3 欠測セル率の計算（平行型）

単純重複コース平行型の場合は、欠測セル率が同じ観測を p 回繰り返すため、欠測セル率は単コースの欠測セル率の p 乗（ L_p^p ）となる。

クロスコース平行型の場合は、欠測セル率が同じ観測を2回繰り返すため、欠測セル率は単コースの欠測セル率の2乗（ L_p^2 ）となる。

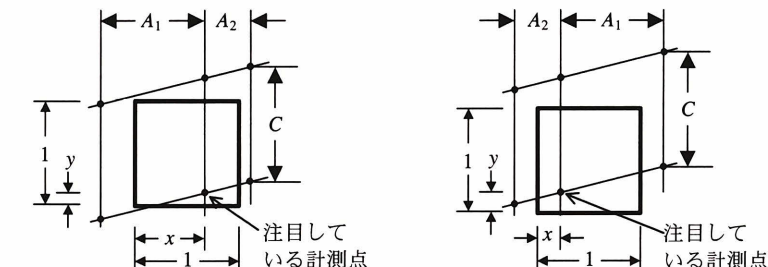
サイドラップコース平行型の場合は、完全重複撮影回数を n とすると、欠測セル率が同じ観測を、場所により n 回または $n+1$ 回繰り返すため、最悪の部分で評価し、欠測セル率は単コースの欠測セル率の n 乗（ L_p^n ）となる。

4. 2 W型（サイドラップコース以外）

W型の場合は、走査線間隔が、交互に $A_1=2tA$ と $A_2=2(1-t)A$ となる（図-1(b)）。注目しているセルと計測点の関係が図-4(a)のようになる確率は $A_1/(A_1+A_2)$ であり、その場合の観測セル率は平行型の場合と同様に計算でき、 $\min(1/A_1, 1) \min(1/C, 1)$ となる。また、図-4(b)のようになる確率は、 $A_2/(A_1+A_2)$ であり、その場合の観測セル率は $\min(1/A_2, 1) \min(1/C, 1)$ となる。よって、走査範囲の端から距離 tW だけ離れた場所（以下、「位置 t 」と表記する）での観測セル率は、

$$\begin{aligned} O(t) &= \frac{A_1}{A_1+A_2} \min\left(\frac{1}{A_1}, 1\right) \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) + \frac{A_2}{A_1+A_2} \min\left(\frac{1}{A_2}, 1\right) \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \\ &= \frac{\min(1, A_1) + \min(1, A_2)}{A_1+A_2} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \\ &= \frac{\min(1/A, 2t) + \min(1/A, 2(1-t))}{2} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \\ &= O_A(t) O_C \\ O_A(t) &= \frac{\min(1/A, 2t) + \min(1/A, 2(1-t))}{2} \\ O_C &= \min(1/C, 1) \end{aligned}$$

となり、アロングトラック方向の観測セル率 O_A とクロストラック方向の観測セル率 O_C の積となる。 $O_A(t)$ のグラフを図-5に示す。 $A>1$ の場合は走査範囲全体で、 $1/2 < A \leq 1$ の場合は走査範囲の一部で、アロングトラッ



(a) 原点が幅 A_1 の走査線間隔に含まれる (b) 原点が幅 A_2 の走査線間隔に含まれる

図-4 欠測セル率の計算（W型）

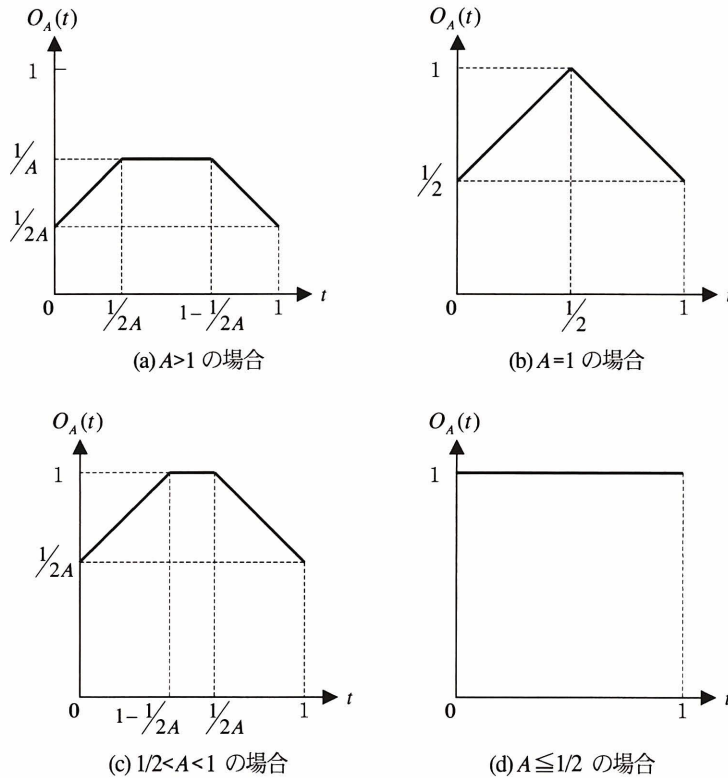


図-5 アロングトラック方向の観測セル率 (W型)

ク方向のデータ密度の不足に起因する欠測セルが発生する。位置 t での欠測セル率 $L_0(t)$ は、

$$L_0(t) = 1 - O_A(t) O_C = 1 - \frac{\min(1/A, 2t) + \min(1/A, 2(1-t))}{2} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)$$

となる。アロングトラック方向の平均計測点間隔 A と位置 t により場合分けすると、欠測セル率は、表-2 のようになる。

単コースW型の場合は、上記 $L_0(t)$ が最大の部分、すなわち $O_A(t)$ が最小の部分の値を採用する。図-5 からわかるように、 $0 \leq t \leq 1$ の範囲では、 $t=0, 1$ の場合（走査範囲の端）に $O_A(t)$ は最小値 $\min(1/2A, 1)$ をとる。欠測セル率 L は、 $L = L_w = 1 - \min(1/2A, 1) \min(1/C, 1)$ となる。これは、アロングトラック方向の計測点間隔が $2A$ の単コース平行型の場合と同じである。なお、走査範囲の端に近い部分のデータを使用しなければ、欠測セル率はそれに応じて小さくなる（単純重複コースW型、クロスコースW型の場合も同様）。

$A \leq 1/2$ かつ $C \leq 1$ の場合、（計測点面密度 D によらず） $L = 1$ となる。逆に、 $A \geq 1/2$ かつ $C \geq 1$ の場合は、 $L = 1 - 1/2AC = 1 - D/2$ となり、計測点面密度 D が決まると欠測セル率 L が決まる。それ以外の場合は、計測点面密度一定（ $AC = \text{一定}$ ）の条件の下では、 $2A$ と C が近いほど、欠測セル率は小さくなる（単純重複コースW型、クロス

コースW型の場合も同様）。

単純重複コースW型の場合は、欠測セル率が同一の観

表-2 単コースW型における任意の位置における欠測セル率 $L_0(t)$

A	位置 t	欠測セル率 $L_0(t)$
$A \geq 1$	$0 \leq t \leq \frac{1}{2A}$	$1 - \left(t + \frac{1}{2A}\right) \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)$
	$\frac{1}{2A} \leq t \leq 1 - \frac{1}{2A}$	$1 - \frac{1}{A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)$
	$1 - \frac{1}{2A} \leq t \leq 1$	$1 - \left(1 - t + \frac{1}{2A}\right) \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)$
$1/2 \leq A \leq 1$	$0 \leq t \leq 1 - \frac{1}{2A}$	$1 - \left(t + \frac{1}{2A}\right) \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)$
	$1 - \frac{1}{2A} \leq t \leq \frac{1}{2A}$	$1 - \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)$
	$\frac{1}{2A} \leq t \leq 1$	$1 - \left(1 - t + \frac{1}{2A}\right) \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)$
$A \leq 1/2$	$0 \leq t \leq 1$	$1 - \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)$
(全ての場合)		$\frac{\min(1/A, 2t) + \min(1/A, 2(1-t))}{2} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)$

測を p 回繰り返すため、欠測セル率は単コースの欠測セル率の p 乗(L_w^p)となる。

クロスコースW型の場合は、縦コースでも横コースでも走査範囲の端に当たる部分(図-6の円内の部分)が最悪となり、欠測セル率は単コースの欠測セル率の2乗(L_w^2)となる。

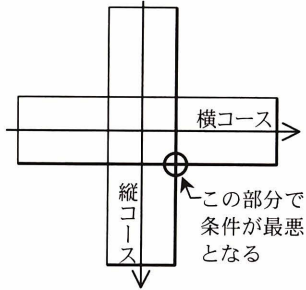


図-6 クロスコースW型

4. 3 サイドラップコースW型

最後に、サイドラップコースW型について考えてみる。サイドラップ s で撮影し、あるコースの走査範囲の端から tW の距離にある点(ただし、 $s \leq t \leq 1$)は、隣のコースの走査範囲の端から $(t - (1-s))W$ の距離にある。一般に、完全重複撮影回数が n であれば、同一の地点が $n+1$ 回観測される可能性があり、各飛行コースにおいて走査範囲の端から $t_i W$ の距離にある($t_i = t - (i-1)(1-s)$, $i = 1, 2, \dots, n+1$)。一番外側の飛行コースの走査範囲の外側部分($0 \leq t < s$)は評価対象外であり、また繰返し周期が $(1-s)W$ であるため、 $s \leq t \leq s + (1-s) = 1$ の範囲で(実際には対称性を考慮し、 $s \leq t \leq s + (1-s)/2 = (1+s)/2$ の範囲で)

$$L(t) = \prod_{i=1}^{n+1} L_0(t - (i-1)(1-s))$$

の最大値を求めればよい。なお、 $t < 0$ または $t > 1$ (走査範囲外)では、 $L_0(t) = 1$ (全てのセルで欠測)とする。また、完全 n 回重複撮影の場合は、 $n+1$ 回撮影される部分がないので、 $i=1$ から $n+1$ までの累積を $i=1$ から n までの累積で計算してよい。

数値計算で求めたサイドラップコースWの欠測セル率 L を付録1に示す。また、サイドラップ s を変えた場合の欠測セル率 L のグラフを図-7に示す(s を0.02刻みで変えてプロットした)。

図-7を見ると、①特定の s の領域(範囲は、 A と C に依存)では、サイドラップ s を増やしても欠測セル率が減少しない、②完全2回重複撮影($s=0.5$)、完全3回重複撮影($s=0.67$)、完全4回重複撮影($s=0.75$)等の完全重複撮影が特に有利であることがわかる。

図-8に単純重複コースW型とサイドラップコースW

型の欠測セル率を示す。図-8では、2回重複撮影の単純重複コースと完全2回重複撮影($s=0.5$)のサイドラップコースのように繰り返し撮影の回数に対応するものを比較できるようにプロットしてある。図-8を見ると、完全2回重複撮影($s=0.5$)のサイドラップコースの欠測セル率は、3~5回重複撮影の単純重複コースと同程度である。W型においては、欠測セル率で判断すると、繰り返し撮影を行う場合、単純重複コースを採用するよ

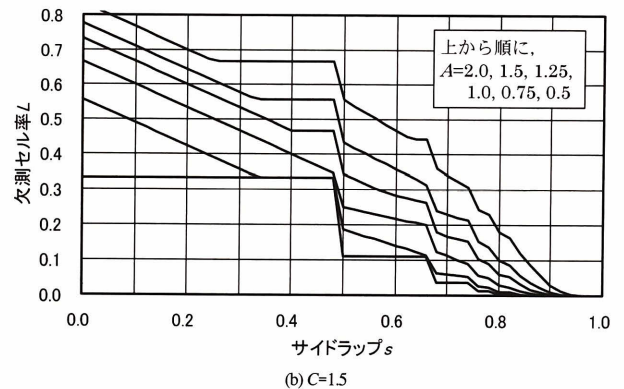
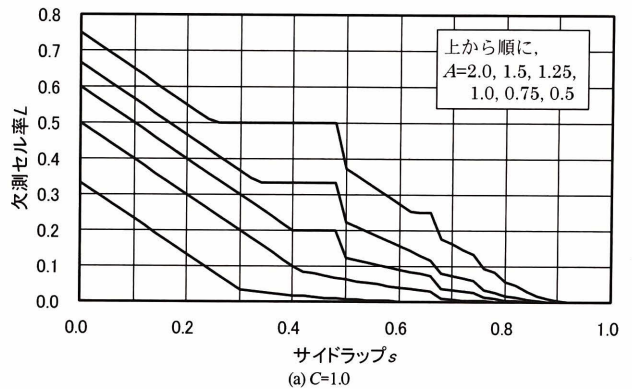


図-7 サイドラップと欠測セル率の関係 (サイドラップコースW型)

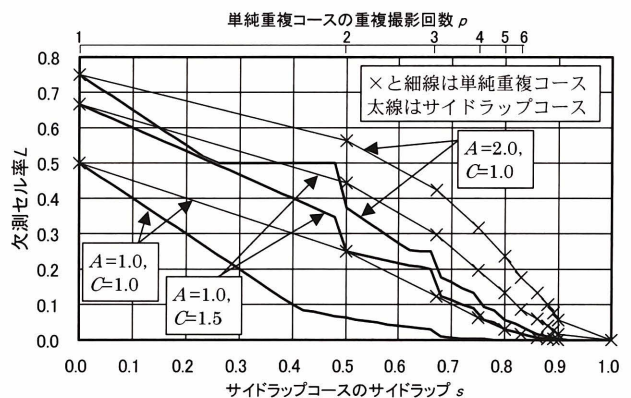


図-8 単純重複コースW型とサイドラップコースW型の欠測セル率の比較

りサイドラップコースを採用した方が有利である。

4. 4 サイドラップコースW型（完全2回重複撮影の場合）

特に、完全2回重複撮影（ $s=0.5$ ：50%サイドラップ）の場合は、以下ようになる。位置 t での欠測セル率は、

$$L(t) = \prod_{i=1}^2 L_0(t - (i-1)/2) = L_0(t) L_0(t-1/2)$$

であり、 $1/2 \leq t \leq 1$ の範囲での上式の最大値が、最終的な欠測セル率となる。

$2 \leq A$ の場合の $L_0(t)$ と $L_0(t-1/2)$ の関係を図-9(a)に示す。欠測セル率は、 $t=1/2, 1$ で最大値

$$L = \left[1 - \frac{1}{2A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right] \left[1 - \frac{1}{A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right]$$

をとる。

$1 \leq A \leq 2$ の場合の $L_0(t)$ と $L_0(t-1/2)$ の関係を図-9(b)に示す。欠測セル率最大の候補は、 $t=1/2, 1$ 及び $t=3/4$ であるため、最大値は、

$$L = \max \left(\left[1 - \frac{1}{2A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right] \left[1 - \frac{1}{A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right], \left[1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2A} \right) \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right]^2 \right)$$

となる（ A, C を適当に選択すると、どちらの候補も、最大となりうる）。

$2/3 \leq A \leq 1$ の場合の $L_0(t)$ と $L_0(t-1/2)$ の関係を図-9(c)に示す。欠測セル率最大の候補は、 $t=1/2, 1$ 及び $t=3/4$ であるため、最大値は、

$$L = \max \left(\left[1 - \frac{1}{2A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right] \left[1 - \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right], \left[1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2A} \right) \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right]^2 \right)$$

となる（ A, C を適当に選択すると、どちらの候補も、最大となりうる）。

$1/2 \leq A \leq 2/3$ の場合の $L_0(t)$ と $L_0(t-1/2)$ の関係を図-9(d)に示す。欠測セル率は、 $t=1/2, 1$ で最大値

$$L = \left[1 - \frac{1}{2A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right] \left[1 - \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right]$$

をとる。

$1/2 \leq A$ の場合は、 $L_0(t) = L_0(t-1/2) = 1 - \min(1/C, 1)$ であり、 $L_0(t)$ は t に依存しない。よって欠測セル率 L も t によらず

$$L = \left[1 - \min\left(\frac{1}{C}, 1\right) \right]^2$$

となる。

以上をまとめたものが表-3である。

2回重複撮影の単純重複コースW型の欠測セル率は L_W^2 である。表-3を参照すると、 $A > 1/2$ で、 $L_1 < L_W^2$ 、 $L_2 < L_W^2$ 、 $L_3 < L_W^2$ 、 $A \leq 1/2$ で $L_4 = L_W^2$ である。よって、完全2回重複撮影のサイドラップコースWの欠測セル率は、 $A > 1/2$ で2回重複撮影の単純重複コースW型より低く、 $A \leq 1/2$ でこれと同じである。

データ密度を確保するために計測点間隔を小さくする場合、技術的に、クロストラック方向の計測点間隔 C よりアロングトラック方向の平均計測点間隔 A を小さくする方が困難である。よって、 $A \leq 1/2$ の場合は $C \leq 1$ となる場合がほとんどである。 $A \leq 1/2$ かつ $C \leq 1$ であれば単コースでも欠測セル率が0となるため、データ密度の観点からは重複して撮影する必要はない。よって、実用的

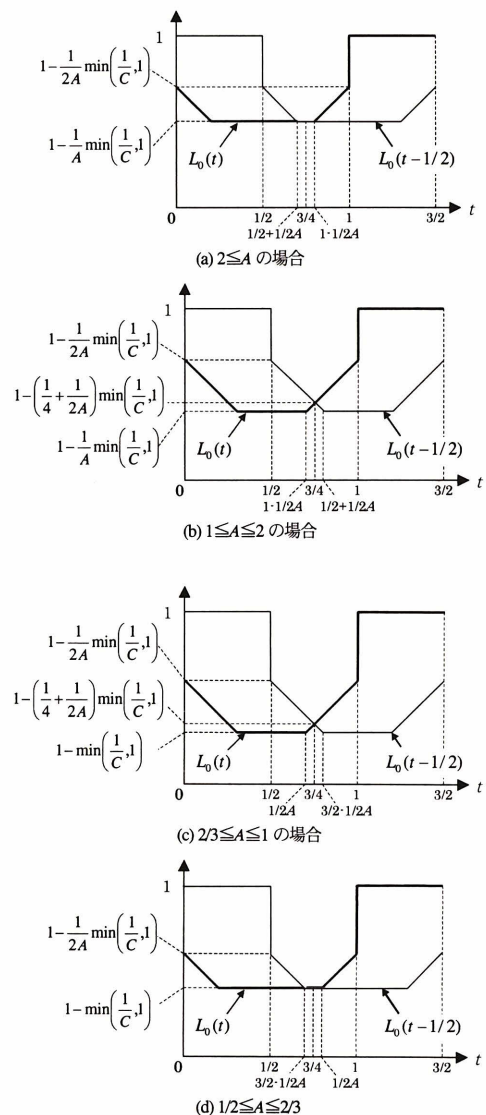


図-9 完全2回重複撮影のサイドラップコースW型の場所ごとの欠測セル率

表－3 完全2回重複撮影のサイドラップコース
W型の欠測セル率

A	欠測セル率 L
$2 \leq A$	L_1
$1 \leq A \leq 2$	$\max(L_1, L_2)$
$2/3 \leq A \leq 1$	$\max(L_3, L_2)$
$1/2 \leq A \leq 2/3$	L_3
$1/2 \leq A$	L_4
$L_1 = \left[1 - \frac{1}{2A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)\right] \left[1 - \frac{1}{A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)\right]$ $L_2 = \left[1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2A}\right) \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)\right]^2$	
$L_3 = \left[1 - \frac{1}{2A} \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)\right] \left[1 - \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)\right]$ $L_4 = \left[1 - \min\left(\frac{1}{C}, 1\right)\right]^2$	

表－4 欠測セル率

計画方針	欠測セル率 L	
	平行型	W型
単コース	L_P	L_W
単純重複コース	L_P^p	L_W^p
クロスコース	L_P^2	L_W^2
サイドラップコース (完全重複撮影回数 n)	L_P^n	(付録1, 図7参照) (s=0.5の場合は, 表3参照)
$L_P = 1 - \min(1/A, 1) \min(1/C, 1)$ $L_W = 1 - \min(1/2A, 1) \min(1/C, 1)$ $n = \text{floor}(1/(1-s))$ (sはサイドラップ)		

には, 完全2回重複撮影のサイドラップコースWの欠測セル率は, 2回重複撮影の単純重複コースW型より低いと考えてよい。

5. 平均2乗内挿距離

ここでは, 特定の点(内挿点)の高さを, 最近隣の計測点の高さで近似するとして, その内挿距離(内挿点と計測点の距離) r の2乗平均 $\bar{r} = (\sqrt{E(r^2)})$ でデータ密度を評価する ($E(x)$ は, 確率変数 x の期待値)。一般には, 走査線間でのクロストラック方向の計測点の配置には関係がない(図-10(a))。しかし, ここでは簡単のため, 計

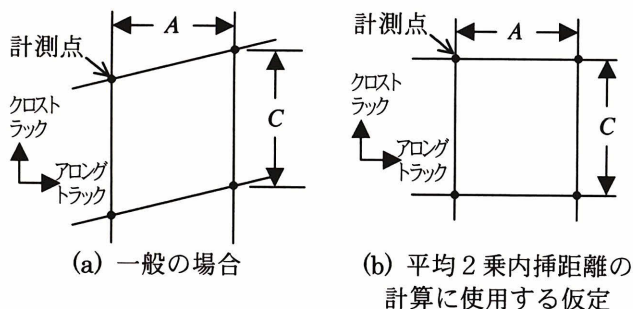


図-10 計測点の配置

測点が図-10(b)のように配置されていると仮定する。

5. 1 平行型

内挿点の座標を $(0,0)$ とする。単コース平行型の場合は, $(0,0)$ に最も近い計測点の座標を (x,y) とすると, x は $-A/2 \leq x \leq A/2$ で, y は $-C/2 \leq y \leq C/2$ で一様分布する。よって, 平均2乗内挿距離は,

$$\bar{r} = \sqrt{\int_{-A/2}^{A/2} \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{AC} dx dy (x^2 + y^2)} = \frac{2}{\sqrt{AC}} \sqrt{\int_0^{A/2} dx \int_0^{C/2} dy (x^2 + y^2)} = \sqrt{\frac{1}{12} (A^2 + C^2)}$$

となる。計測点面密度 $D=1/AC$ が同じ場合, $A=C$ のとき平均2乗内挿距離が最小となる。この意味で, A と C を等しくすることが効率的である(図-14参照)。

上記のように被積分関数が変数 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ のみに依存する領域 $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq c$ の2重積分は, r による積分に置き換えることができる。領域内の r と $r+dr$ で囲まれる面積を $f(r)dr$ とすると, 被積分関数 $g(r)$ の定積分は,

$$\int_0^a \int_0^c dy g(\sqrt{x^2 + y^2}) = \int_0^{\sqrt{a^2 + b^2}} f(r) g(r) dr$$

となる。 $f(r)$ は, 図-11の長方形内の半径 r の円弧の弧長である。関数 $f(r)$ は a, c にも依存し, $a \geq c$ の場合, 以下のとおりである(図-11参照)。

$$f(r; a, c) = \begin{cases} \pi/2 & (r \leq c) \\ \theta_1 r = r \sin^{-1}(c/r) & (c \leq r \leq a) \\ (\theta_2 - \theta_3) r = r (\sin^{-1}(c/r) - \cos^{-1}(a/r)) & (a \leq r) \end{cases}$$

ここで, $\sin^{-1}, \cos^{-1}$ は, 逆正弦関数, 逆余弦関数である。 x と y の対称性を考慮すると, $f(r; a, c) = f(r; c, a)$ である。よって, $a < c$ の場合は, a と c を交換した後, 上式を適用すればよい。

単純重複コース平行型の場合は, $(0,0)$ に最も近い各コースの計測点の座標を $(x_1, y_1), \dots, (x_p, y_p)$ とおくと, x_i は $-A/2 \leq x_i \leq A/2$ で, y_i は $-C/2 \leq y_i \leq C/2$ で一様分布する。平均2乗内挿距離は,

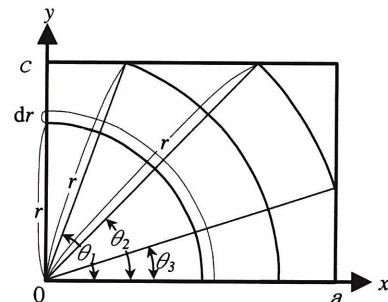


図-11 x, y による2重積分を r による1重の積分に置き換える

$$\begin{aligned}\bar{r} &= \sqrt{\int_{-A/2}^{A/2} \frac{1}{A} dx_1 \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy_1 \cdots \int_{-A/2}^{A/2} \frac{1}{A} dx_p \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy_p \min(x_1^2 + y_2^2, \dots, x_p^2 + y_p^2)} \\ &= \left(\frac{2}{\sqrt{AC}}\right)^p \sqrt{\int_0^{A/2} dx_1 \int_0^{C/2} dy_1 \cdots \int_0^{A/2} dx_p \int_0^{C/2} dy_p \min(x_1^2 + y_2^2, \dots, x_p^2 + y_p^2)} \\ &= \left(\frac{2}{\sqrt{AC}}\right)^p \sqrt{I_p(A/2, C/2)}\end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}I_n(a, c) &= \int_0^a dx_1 \int_0^c dy_1 \cdots \int_0^a dx_n \int_0^c dy_n \min(x_1^2 + y_2^2, \dots, x_n^2 + y_n^2) \\ &= \int_0^{\sqrt{a^2+c^2}} f(r; a, c) dr_1 \cdots \int_0^{\sqrt{a^2+c^2}} f(r_n; a, c) dr_n \min(r_1^2, \dots, r_n^2)\end{aligned}$$

である。ここで、 r による積分の表現をみると、 x_i と y_i の積分区間を交換しても、結果が同じであることがわかる。 $r_1 \sim r_n$ の対称性を考慮すると、この積分は、 $r_1 \sim r_n$ の中で r_1 が最小である場合の n 倍であるため、

$$\begin{aligned}I_n(a, c) &= n \int_0^{\sqrt{a^2+c^2}} r_1^2 f(r_1; a, c) dr_1 \int_{r_1}^{\sqrt{a^2+c^2}} f(r_2; a, c) dr_2 \cdots \int_{r_1}^{\sqrt{a^2+c^2}} f(r_n; a, c) dr_n \\ &= n \int_0^{\sqrt{a^2+c^2}} J(r_1; a, c) f(r_1; a, c) dr_1\end{aligned}$$

となる。ここで、 $a \geq c$ を仮定すると、

$$\begin{aligned}J(r_1; a, c) &= \int_{r_1}^{\sqrt{a^2+c^2}} f(r; a, c) dr \\ &= \begin{cases} \int_{r_1}^c \frac{\pi r}{2} dr + \int_c^{\sqrt{a^2+c^2}} r \sin^{-1}\left(\frac{c}{r}\right) dr - \int_a^{\sqrt{a^2+c^2}} r \cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right) dr & (r_1 \leq c) \\ \int_{r_1}^{\sqrt{a^2+c^2}} r \sin^{-1}\left(\frac{c}{r}\right) dr - \int_a^{\sqrt{a^2+c^2}} r \cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right) dr & (c \leq r_1 \leq a) \\ \int_{r_1}^{\sqrt{a^2+c^2}} r \left[\sin^{-1}\left(\frac{c}{r}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right) \right] dr & (a \leq r_1) \end{cases} \\ &= \begin{cases} ac - \frac{\pi r_1^2}{4} & (r_1 \leq c) \\ ac - \frac{c\sqrt{r_1^2 - c^2}}{2} - \frac{r_1^2}{2} \sin^{-1}\left(\frac{c}{r_1}\right) & (c \leq r_1 \leq a) \\ ac - \frac{a\sqrt{r_1^2 - a^2}}{2} - \frac{c\sqrt{r_1^2 - c^2}}{2} - \frac{r_1^2}{2} \left(\sin^{-1}\left(\frac{c}{r_1}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{a}{r_1}\right) \right) & (a \leq r_1) \end{cases}\end{aligned}$$

である ($a \leq c$ の場合は、 a と c を交換して上式を適用すればよい)。なお、上記の計算には、以下の不定積分 (森口ほか(1956)を変形) を使用した。

$$\int r \sin^{-1}\left(\frac{c}{r}\right) dr = \frac{1}{2} \left\{ r^2 \sin^{-1}\left(\frac{c}{r}\right) + c\sqrt{r^2 - c^2} \right\}$$

$$\int r \cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right) dr = \frac{1}{2} \left\{ r^2 \cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right) - a\sqrt{r^2 - a^2} \right\}$$

よって、 $I_n(a, c)$ は、

$$\begin{aligned}I_n(a, c) &= n \int_0^{\sqrt{a^2+c^2}} \frac{\pi r_1^3}{2} \left\{ ac - \frac{\pi r_1^2}{4} \right\}^{n-1} dr_1 \\ &\quad + n \int_c^a r_1^3 \left\{ ac - \frac{c\sqrt{r_1^2 - c^2}}{2} - \frac{r_1^2}{2} \sin^{-1}\left(\frac{c}{r_1}\right) \right\}^{n-1} \sin^{-1}\left(\frac{c}{r_1}\right) dr_1 \\ &\quad + n \int_a^{\sqrt{a^2+c^2}} r_1^3 \left\{ ac - \frac{a\sqrt{r_1^2 - a^2}}{2} - \frac{c\sqrt{r_1^2 - c^2}}{2} - \frac{r_1^2}{2} \left(\sin^{-1}\left(\frac{c}{r_1}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{a}{r_1}\right) \right) \right\}^{n-1} \\ &\quad \left(\sin^{-1}\left(\frac{c}{r_1}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{a}{r_1}\right) \right) dr_1\end{aligned}$$

となる。以上、単純重複コース平行型の平均2乗内挿距離は、1重の積分に還元される。なお、 $f(r; a, c)$ 、 $J(r_1; a, c)$ が、 a と c を入れ替えても同じであるため、平均2乗内挿距離も、 A と C を入れ替えても同じである。この性質は、クロスコース平行型、サイドラップコース平行型でも同様である。また、単純重複コースW型、クロスコースW型では、 $2A$ と C を入れ替えても平均2乗内挿距離は同じである。

単純重複コース平行型の平均2乗内挿距離を数値積分により求めたものを付録2に示す。重複撮影回数を変えた場合の平均2乗内挿距離の推移を図-12に示す。また、単コース ($p=1$ に相当) を基準とした平均2乗内挿距離の相対値を図-13に示す。

図-13を見ると、 A と C が異なるほど重複撮影による平均2乗内挿距離の改善の効果が高いことがわかる (図-13には、 $A \geq C$ の場合のみを示したが、 $A < C$ の場合は A と C を入れ替えればよく、この結論が導かれる)。ただし、 $p=1$ の場合と同様、計測点面密度 $D=1/AC$ が同じ場合、 $A=C$ のとき平均2乗内挿距離が最小となり、この意味で A と C を等しくすることが効率的であることに、変わりない (図-14)。以上の議論は、クロスコース平行型、サイドラップコース平行型にも適用できる。また、 A を $2A$ と置き換えると、単純重複コースW型、クロスコースW型にも適用できる ($2A=C$ ($A=C/2$) の場合が効率的)。

クロスコース平行型の場合は、 $(0,0)$ に最も近い計測点の座標を (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) とおくと、 x_1 は $-A/2 \leq x_1 \leq A/2$ で、 y_1 は $-C/2 \leq y_1 \leq C/2$ で、 x_2 は $-C/2 \leq x_2 \leq C/2$ で、 y_2 は $-A/2 \leq y_2 \leq A/2$ で一様分布する。平均2乗内挿距離は、

$$\begin{aligned}\bar{r} &= \sqrt{\int_{-A/2}^{A/2} \frac{1}{A} dx_1 \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy_1 \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dx_2 \int_{-A/2}^{A/2} \frac{1}{A} dy_2 \min(x_1^2 + y_2^2, x_2^2 + y_1^2)} \\ &= \frac{4}{AC} \sqrt{\int_0^{A/2} dx_1 \int_0^{C/2} dy_1 \int_0^{C/2} dx_2 \int_0^{A/2} dy_2 \min(x_1^2 + y_2^2, x_2^2 + y_1^2)} \\ &= \frac{4}{AC} \sqrt{I_2(A/2, C/2)}\end{aligned}$$

となり、2回重複撮影の単純重複コース平行型の場合と同じになる (付録2参照)。

サイドラップコース平行型の場合は、完全重複撮影回

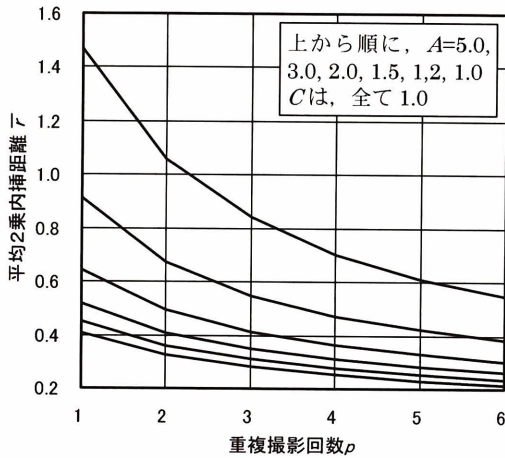


図-12 重複撮影回数と平均2乗内挿距離の関係 (単純重複コース平行型)

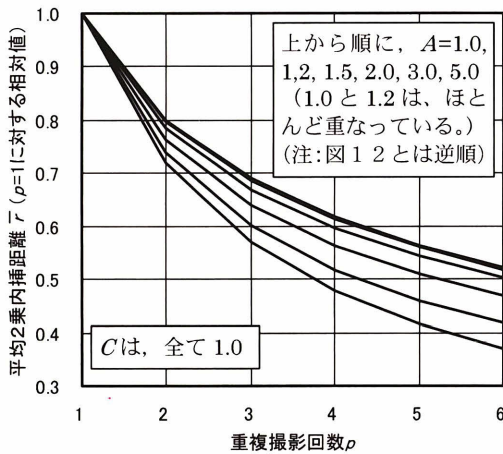


図-13 重複撮影回数と平均2乗内挿距離の関係 (単純重複コース平行型, 単コースに対する相対値)

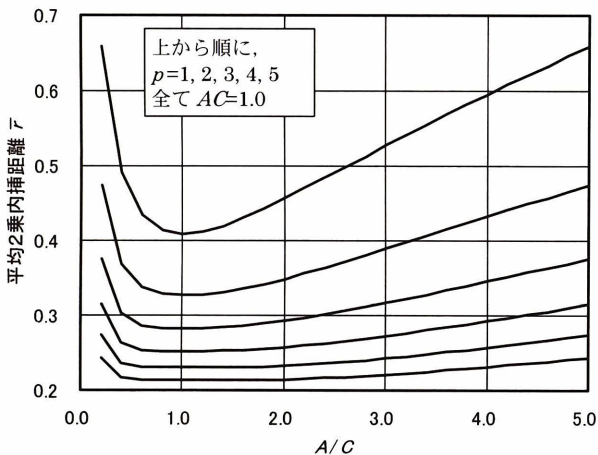


図-14 AC=一定の条件下でのA/Cと平均2乗内挿距離の関係 (単純重複コース平行型)

数が n であれば、 n 回しか撮影されない部分がある。この部分の条件が最悪であるため、平均2乗内挿距離は、 n 回重複撮影の単純重複コース平行型の場合と同じになる(付録2参照)。

5. 2 W型 (サイドラップコース以外)

単コースW型の場合は、走査範囲の端から距離 tW の位置にある点(位置 t)での走査線間隔が、交互に $A_1 = 2tA$ と $A_2 = 2(1-t)A$ となる(図-1(b))。(0,0)に最も近い計測点の座標を (x,y) とすると、 y は $-C/2 \leq y \leq C/2$ で一様分布する。 x は $-A_2/2 \leq x \leq A_1/2$ での密度 $1/2A$ の一様分布と、 $-A_1/2 \leq x \leq A_2/2$ での密度 $1/2A$ の一様分布の重畳となる。よって、位置 t での平均2乗内挿距離は、

$$\begin{aligned} \bar{r}(t) &= \sqrt{\left(\int_{-A_2/2}^{A_1/2} \frac{1}{2A} dx + \int_{-A_1/2}^{A_2/2} \frac{1}{2A} dx \right) \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy (x^2 + y^2)} \\ &= \sqrt{\int_{-A_1/2}^{A_1/2} \frac{1}{A} dx \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy (x^2 + y^2)} \\ &= \sqrt{\frac{2}{AC} \int_{-A_1/2}^{A_1/2} dx \int_0^{C/2} dy (x^2 + y^2)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{24A} (A_1^3 + A_2^3 + 2AC^2)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{12} [4(t^3 + (1-t)^3)A^2 + C^2]} \end{aligned}$$

となる。平均2乗内挿距離は、 $0 \leq t \leq 1$ での $\bar{r}(t)$ の最大値であり、

$$\bar{r} = \sqrt{\frac{1}{12} (4A^2 + C^2)}$$

となる($t=0, 1$ に対応)。これは、アロングトラック方向の計測点間隔が $2A$ の単コース平行型の場合と同じである(付録2参照)。

単純重複コースW型の場合は、位置 t での平均2乗内挿距離は、

$$\begin{aligned} \bar{r}(t) &= \sqrt{\int_{-A_1/2}^{A_1/2} \frac{1}{A} dx_1 \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy_1 \cdots \int_{-A_1/2}^{A_1/2} \frac{1}{A} dx_p \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy_p \min(x_1^2 + y_1^2, \dots, x_p^2 + y_p^2)} \\ &= \left(\frac{2}{AC} \right)^{\frac{p}{2}} \sqrt{\int_{-A_1/2}^{A_1/2} dx_1 \int_0^{C/2} dy_1 \cdots \int_{-A_1/2}^{A_1/2} dx_p \int_0^{C/2} dy_p \min(x_1^2 + y_1^2, \dots, x_p^2 + y_p^2)} \\ &= \left(\frac{2}{AC} \right)^{\frac{p}{2}} \sqrt{\int_{-A}^{(1-t)A} dx_1 \int_0^{C/2} dy_1 \cdots \int_{-A}^{(1-t)A} dx_p \int_0^{C/2} dy_p \min(x_1^2 + y_1^2, \dots, x_p^2 + y_p^2)} \end{aligned}$$

となる。平均2乗内挿距離は、 $0 \leq t \leq 1$ での $\bar{r}(t)$ の最大値であり、

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \left(\frac{2}{AC} \right)^{\frac{p}{2}} \sqrt{\int_0^A dx_1 \int_0^{C/2} dy_1 \cdots \int_0^A dx_p \int_0^{C/2} dy_p \min(x_1^2 + y_1^2, \dots, x_p^2 + y_p^2)} \\ &= \left(\frac{2}{AC} \right)^{\frac{p}{2}} I_p(A, C/2) \end{aligned}$$

となる ($t=0,1$ に対応)。これは、アロングトラック方向の計測点間隔 $2A$ の単純重複コース平行型の場合と同じである (付録2参照)。

クロスコースW型の場合は、横コースで走査範囲の端から距離 t_1W の位置にある点での走査線間隔は交互に $A_{11}=2t_1A$ と $A_{21}=2(1-t_1)A$ 、縦コースで走査範囲の端から距離 t_2W の位置にある点での走査線間隔は交互に $A_{12}=2t_2A$ と $A_{22}=2(1-t_2)A$ である (図-1(b))。位置 (t_1, t_2) での平均2乗内挿距離は、

$$\begin{aligned}\bar{r}(t) &= \sqrt{\int_{-A_{11}/2}^{A_{11}/2} \frac{1}{A} dx_1 \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy_1 \int_{-A_{22}/2}^{A_{22}/2} \frac{1}{A} dx_2 \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy_2 \min(x_1^2 + y_1^2, x_2^2 + y_2^2)} \\ &= \frac{2}{AC} \sqrt{\int_{-t_1A}^{(1-t_1)A} dx_1 \int_0^{C/2} dy_1 \int_0^{C/2} dx_2 \int_{-t_2A}^{(1-t_2)A} dy_2 \min(x_1^2 + y_1^2, x_2^2 + y_2^2)}\end{aligned}$$

となる。平均2乗内挿距離は、 $0 \leq t_1 \leq 1$ かつ $0 \leq t_2 \leq 1$ での $\bar{r}(t)$ の最大値であり、

$$\begin{aligned}\bar{r} &= \frac{2}{AC} \sqrt{\int_0^A dx_1 \int_0^{C/2} dy_1 \int_0^A dx_2 \int_0^{C/2} dy_2 \min(x_1^2 + y_1^2, x_2^2 + y_2^2)} \\ &= \frac{2}{AC} I_2(A, C/2)\end{aligned}$$

となる ($t_1=0,1, t_2=0,1$ に対応)。これは、2回重複撮影の単純重複コースW型 (あるいはアロングトラック方向の計測点間隔 $2A$ のクロスコース平行型) の場合と同じである (付録2参照)。

5.3 サイドラップコースW型

最後に、サイドラップコースW型の場合を考える。サイドラップ s で撮影し、あるコースの走査範囲の端から tW の距離にある点 (ただし、 $s \leq t \leq 1$) は、隣のコースの走査範囲の端から $(t-(1-s))W$ の距離にある。一般に、完全重複撮影回数が n であれば、同一の地点が $n+1$ 回観測される可能性があり、各飛行コースにおいて走査範囲の端から t_iW の距離にある ($t_i=t-(i-1)(1-s)$, $i=1,2,\dots,n+1$)。この中で、 $i=n+1$ のコースは、位置 t を観測できない可能性がある ($t_{n+1} < 0$ に対応)。この場合を除き、位置 t を撮影する回数を m 、コース i に対応する A_1, A_2 を A_{1i}, A_{2i} とする ($A_{1i}=2t_iA$, $A_{2i}=2(1-t_i)A$; $i=1,2,\dots,m$)。位置 t での平均2乗内挿距離は、以下のとおりである。

$$\begin{aligned}\bar{r}(t) &= \sqrt{\int_{-A_{11}/2}^{A_{11}/2} \frac{1}{A} dx_1 \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy_1 \cdots \int_{-A_{1m}/2}^{A_{1m}/2} \frac{1}{A} dx_m \int_{-C/2}^{C/2} \frac{1}{C} dy_m \min(x_1^2 + y_1^2, \dots, x_m^2 + y_m^2)} \\ &= \left(\frac{2}{AC}\right)^{\frac{m}{2}} \sqrt{\int_{-A_{11}/2}^{A_{11}/2} dx_1 \int_0^{C/2} dy_1 \cdots \int_{-A_{1m}/2}^{A_{1m}/2} dx_m \int_0^{C/2} dy_m \min(x_1^2 + y_1^2, \dots, x_m^2 + y_m^2)} \\ &= \left(\frac{2}{AC}\right)^{\frac{m}{2}} \sqrt{K}\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}K &= \int_{-A_{11}/2}^{A_{11}/2} dx_1 \int_0^{C/2} dy_1 \cdots \int_{-A_{1m}/2}^{A_{1m}/2} dx_m \int_0^{C/2} dy_m \min(x_1^2 + y_1^2, \dots, x_m^2 + y_m^2) \\ &= \left(\int_0^{A_{11}/2} dx_1 + \int_0^{A_{12}/2} dx_1\right) \int_0^{C/2} dy_1 \cdots \left(\int_0^{A_{1m}/2} dx_m + \int_0^{A_{2m}/2} dx_m\right) \int_0^{C/2} dy_m \min(x_1^2 + y_1^2, \dots, x_m^2 + y_m^2) \\ &= \sum_{j_1=1}^2 \cdots \sum_{j_m=1}^2 \int_0^{\sqrt{A_{j_1}^2 + C^2}/2} f(r_1; \frac{A_{j_1}}{2}, \frac{C}{2}) dr_1 \cdots \int_0^{\sqrt{A_{j_m}^2 + C^2}/2} f(r_m; \frac{A_{j_m}}{2}, \frac{C}{2}) dr_m \min(r_1^2, \dots, r_m^2) \\ &= \sum_{j_1=1}^2 \cdots \sum_{j_m=1}^2 M_m\left(\frac{A_{j_1}}{2}, \dots, \frac{A_{j_m}}{2}, \frac{C}{2}\right) \\ M_m(a_1, \dots, a_m, c) &= \int_0^{\sqrt{a_1^2 + c^2}} f(r_1; a_1, c) dr_1 \cdots \int_0^{\sqrt{a_m^2 + c^2}} f(r_m; a_m, c) dr_m \min(r_1^2, \dots, r_m^2) \\ &= \int_0^{\sqrt{a_1^2 + c^2}} f(r_1; a_1, c) dr_1 \int_{r_1}^{\sqrt{a_2^2 + c^2}} f(r_2; a_2, c) dr_2 \cdots \int_{r_{m-1}}^{\sqrt{a_m^2 + c^2}} f(r_m; a_m, c) dr_m \\ &\quad + \int_0^{\sqrt{a_1^2 + c^2}} f(r_1; a_1, c) dr_1 \int_0^{\sqrt{a_2^2 + c^2}} f(r_2; a_2, c) dr_2 \cdots \int_0^{\sqrt{a_m^2 + c^2}} f(r_m; a_m, c) dr_m \\ &\quad + \int_0^{\sqrt{a_1^2 + c^2}} f(r_1; a_1, c) dr_1 \int_0^{\sqrt{a_2^2 + c^2}} f(r_2; a_2, c) dr_2 \cdots \int_0^{\sqrt{a_m^2 + c^2}} f(r_m; a_m, c) dr_m \\ &\quad + \int_0^{\sqrt{a_1^2 + c^2}} f(r_1; a_1, c) dr_1 \int_0^{\sqrt{a_2^2 + c^2}} f(r_2; a_2, c) dr_2 \cdots \int_0^{\sqrt{a_m^2 + c^2}} f(r_m; a_m, c) dr_m \\ &= \sum_{i=1}^m \int_0^{\sqrt{a_i^2 + c^2}} f(r_i; a_i, c) \prod_{j=1, j \neq i}^m \delta_j(r_i) J(r_i, a_j, c) dr_i \\ \delta_j(r_i) &= \begin{cases} 1 & (r_i \leq \sqrt{a_j^2 + c^2}) \\ 0 & (r_i > \sqrt{a_j^2 + c^2}) \end{cases}\end{aligned}$$

である。 $\delta_j(r_i)$ を導入したのは、 $r_i > \sqrt{a_j^2 + c^2}$ の場合、積分すべき範囲が無いのに、形式的に0でない積分が定義されてしまうのを防ぐためである。以上、位置 t での平均2乗内挿距離は、1重の積分に還元される。

上記の積分を数値計算により求め、さらに $s \leq t \leq 1$ での最小値を求めたもの (最終的な平均2乗内挿距離) を付録3に示す。サイドラップ s を変えた場合の平均2乗内挿距離の推移を図-15に示す。また、単コース ($s=0$) を基準とした平均2乗内挿距離の相対値を図-16に示す。

図-15を見ると、欠測セル率による評価の場合 (図7参照) と同様に、完全2回重複撮影 ($s=0.5$)、完全3回重複撮影 ($s=0.67$)、完全4回重複撮影 ($s=0.75$) 等の完全重複撮影が特に有利であることがわかる。この傾向は、 A/C が小さい場合に著しい (図-17参照)。特に、完全2回重複撮影においては、単コースの場合と比べ、平均2乗内挿距離が1/2以下になる場合があることは注目に値する。一方、欠測セル率による評価では s を増やしても欠測セル率が減少しない場合があったが、平均2乗内挿距離による評価では s を増やすと平均2乗内挿距離は常に減少する。ただし、欠測セル率が減少しない部分では、平均2乗内挿距離の減少が緩やかとなる傾向がある。

図-16を見ると、 s が小さいうちは、 A/C が大きいほど重複撮影による平均2乗内挿距離の改善の効果が高いことがわかる。サイドラップコースW型以外の場合では、 $A/C=1$ (平行型) あるいは $A/C=0.5$ (W型) から離れるに従い改善の効果が高く、 A が小さい場合の挙動が

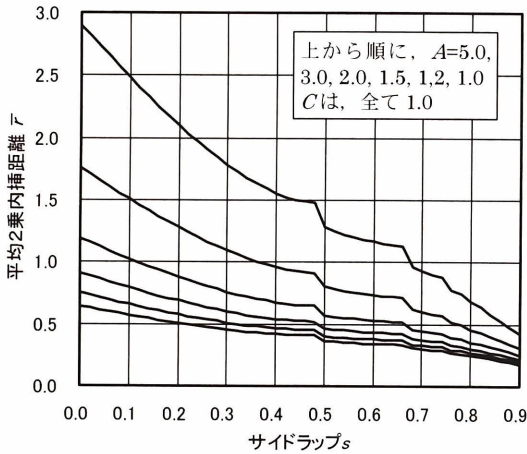


図-15 サイドラップと平均2乗内挿距離の関係 (サイドラップコースW型)

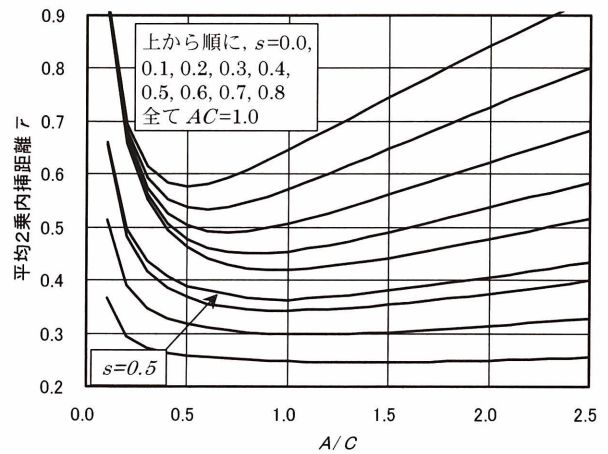


図-17 AC 一定の条件下での A/C と平均2乗内挿距離の関係 (サイドラップコースW型)

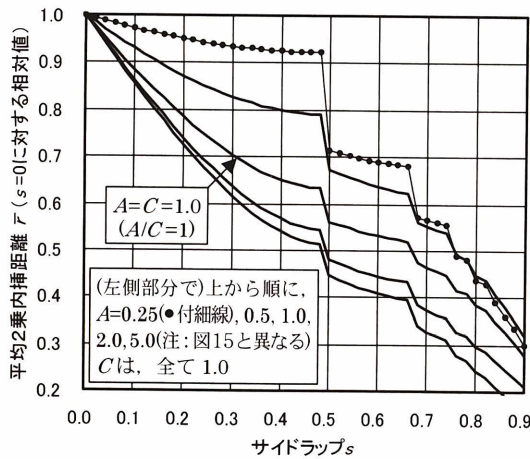


図-16 サイドラップと平均2乗内挿距離の関係 (サイドラップコースW型, 単コースに対する相対値)

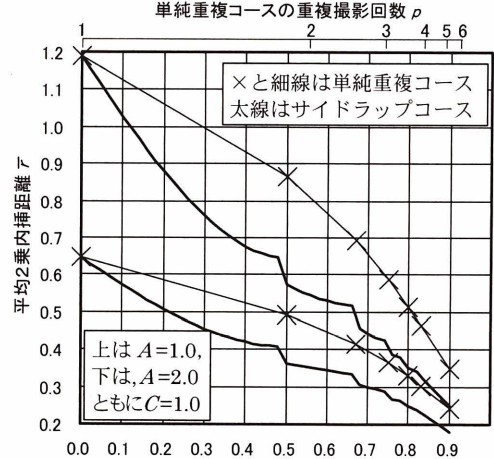


図-18 単純重複コースW型とサイドラップコースW型の平均2乗内挿距離の比較

逆である (ただし, 実際の撮影では $A/C < 1$ となることは少ない)。

計測点面密度 $D = 1/AC$ 一定場合の, A/C と平均2乗内挿距離の関係を図-17に示す。計測点面密度一定の下で平均2乗内挿距離が最小となる条件を探すと, $s = 0$ の場合は, 単コースW型と同様, $A/C = 0.5$ が最も効率的である。 s を大きくしていくと, 最も効率的な A/C が次第に大きくなるとともに, 最適な A/C から離れても平均2乗内挿距離の悪化が少なくなる (グラフが平らになる)。最小2乗内挿距離が最良の場合の1.1倍以内となる範囲は, 単コース ($s = 0$) ではおよそ $0.3 < A/C < 1.0$, 完全2回重複撮影 ($s = 0.5$) では $0.4 < A/C < 1.9$, 完全3回重複撮影 ($s = 0.67$) では $0.4 < A/C < 2.3$ である。

図-18に単純重複コースW型とサイドラップコースW型の平均2乗内挿距離を示す。図-18では, 2回重複撮影の単純重複コースと完全2回重複撮影 ($s = 0.5$) のサ

イドラップコースのように, 繰り返し撮影の回数に対応するものを比較できるようにプロットしてある。図-18を見ると, 完全2回重複撮影 ($s = 0.5$) のサイドラップコースの平均2乗内挿距離は, 4~5回重複撮影の単純重複コースと同程度である。W型においては, 平均2乗内挿距離で判断しても, 繰り返し撮影を行う場合, 単純重複コースを採用するよりサイドラップコースを採用した方が有利である。

6. 各評価指標の性質

計測点面密度は, 評価が簡単であるが, 異方性と局所的なデータの粗密を考慮していない。有効な計測が行われる確率が少ない場合 (例えば森林で地表面を検出する場合) には計測点面密度が有効な指標となるが, それ以外の場合はあまり適切な指標ではない。

欠測セル率と平均2乗内挿距離は, とともに異方性と局

部的なデータの粗密を考慮している。観測値をグリッド形式のデータに変換し、またグリッド間隔も事前にわかっていれば、欠測セル率は合理的な指標であり、平均2乗内挿距離より計算が容易である。一般には、平均2乗内挿距離が合理的な指標であろう。

本稿では触れなかったが、断面図を正確に計測する場合には、走査線に沿った計測点の密度(計測点線密度)が重要である。計測点線密度の評価は容易である。

7. 結 論

平行型においてもW型においても、クロスコースは、データ密度の上で、2回重複撮影の単純重複コースと同じである。クロスコースの採用にメリットがあるのは、以下のような特殊な場合に限られる。

- 1) サイドラップコースを採用し、2方向からの観測により建物等の影の影響をなくそうとする場合で、さらに観測方向を増そうとする場合。
- 2) 直交する2方向で、高い線密度を得ようとする場合。
- 3) 航空機の運用上、クロスコースが有利な場合。

平行型においては、 n 回重複撮影の単純重複コースでも、完全 n 回重複撮影のサイドラップコースでも、データ密度は同じである。よって、データ密度の観点からは、サイドラップコースでは撮影地区の端の部分で余分な撮影が必要となることを考慮すると、単純重複コースの方が優れている。しかし、サイドラップコースは、同一地点を異なる方向から観測できるため建物等の影の排除に有効である。また、データ密度の観点からも、(本稿では考慮しなかったが)飛行コースのフットプリントからの距離によりクロストラック方向のデータ密度が異なる場合に有利である(データ密度が疎な部分をコース間で分散できる)。また、飛行コースがずれた場合でも、サイド

ラップコースであれば、所要のデータ密度は確保できないものの、面的にデータ欠損が生じることはない。両者の優劣は、使用する機材、最大走査角、地表面(地物表面を含む)の凹凸の程度、使用目的等を考慮して検討すべきである。

W型においては、欠測セル率を指標としても平均2乗内挿距離を指標としても、 n 回重複撮影の単純重複コースよりも、完全 n 回重複撮影のサイドラップコースの方が有利である。特に完全重複撮影(完全2回: $s=0.5$, 完全3回: $s=0.67$ 等)のサイドラップコースが有利である。サイドラップコースには、データ密度だけでなく、上で述べたような利点がある。W型で重複撮影を行わなければならない場合は、原則としてサイドラップコースを採用すべきである。なお、完全重複撮影では、サイドラップ s が計画より少し小さくなると急にデータ密度が低下するため(図-7, 図-15)、実際の計画では余裕が必要である。

計測点面密度一定の条件下では、平行型においては、 $A/C=1.0$ に近いほど有利である。サイドラップコース以外のW型では、 $A/C=0.5$ に近いほど有利である。サイドラップコースW型では、 s の増加とともに最も有利な A/C の値が大きくなる。重複撮影回数 p あるいはサイドラップ s が増加すると、最小2乗内挿距離が A/C の影響を受けにくくなり、設計の自由度が増す。

謝 辞

国土地理院の政春尋志氏、長谷川裕之氏には、データ密度の評価方法について助言をいただいた。また、政春氏は、原稿に目を通し、重要な指摘をいただいた。国土交通大学の浦部ほくろう氏には、レーザースキャンの地形測量への応用の標準化の状況について、助言をいただいた。ここに記して、感謝いたします。

参 考 文 献

- 木本氏寿(1971)写真測量の実際, 山海堂, 東京, pp.20-26.
- 建設省国土地理院(1999)地形測量へのレーザプロファイラの利用技術に関する研究作業報告書, 国土地理院技術資料C・1-No.272, 51p.
- 建設省国土地理院(2000), 地形測量に航空レーザ技術を用いる研究作業報告書, 国土地理院技術資料C・1-No.280, 59p.
- 小荒井衛・鈴木宏昭(2000)航空レーザ測量技術の公共測量作業規程における展開, 写真測量とリモートセンシング, vol.39, no.2, pp.48-51.
- 森口繁一・宇田川銑久・一松信(1956)数学公式I-微分積分・平面曲線-, 岩波書店, 東京, pp.209-210.
- Ackermann, Friedrich (1999) "Airborne laser scanning - present status and future expectations," ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, vol. 54, pp.64-67.
- Wehr, Aloysius and Lohr, Uwe (1999) "Airborne laser scanning - an introduction and overview," ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, vol. 54, pp.68-82.

付録1 サイドラップコースW型の欠測セル率L

s=0.0

A\C	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.0000	0.1667	0.2857	0.3750	0.4444	0.5000
0.6	0.1667	0.3056	0.4048	0.4792	0.5370	0.5833
0.7	0.2857	0.4048	0.4898	0.5536	0.6032	0.6429
0.8	0.3750	0.4792	0.5536	0.6094	0.6528	0.6875
0.9	0.4444	0.5370	0.6032	0.6528	0.6914	0.7222
1.0	0.5000	0.5833	0.6429	0.6875	0.7222	0.7500
1.2	0.5833	0.6528	0.7024	0.7396	0.7685	0.7917
1.4	0.6429	0.7024	0.7449	0.7768	0.8016	0.8214
1.6	0.6875	0.7396	0.7768	0.8047	0.8264	0.8438
1.8	0.7222	0.7685	0.8016	0.8264	0.8457	0.8611
2.0	0.7500	0.7917	0.8214	0.8438	0.8611	0.8750
2.5	0.8000	0.8333	0.8571	0.8750	0.8889	0.9000
3.0	0.8333	0.8611	0.8810	0.8958	0.9074	0.9167
3.5	0.8571	0.8810	0.8980	0.9107	0.9206	0.9286
4.0	0.8750	0.8958	0.9107	0.9219	0.9306	0.9375
4.5	0.8889	0.9074	0.9206	0.9306	0.9383	0.9444
5.0	0.9000	0.9167	0.9286	0.9375	0.9444	0.9500

s=0.5

A\C	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.0000	0.0278	0.0816	0.1406	0.1975	0.2500
0.6	0.0000	0.0509	0.1156	0.1797	0.2387	0.2917
0.7	0.0013	0.0675	0.1399	0.2076	0.2681	0.3214
0.8	0.0156	0.0799	0.1582	0.2285	0.2901	0.3438
0.9	0.0378	0.1080	0.1803	0.2465	0.3073	0.3611
1.0	0.0625	0.1406	0.2156	0.2822	0.3403	0.3906
1.2	0.1111	0.1995	0.2843	0.3544	0.4127	0.4618
1.4	0.1837	0.2843	0.3648	0.4300	0.4835	0.5281
1.6	0.2578	0.3544	0.4300	0.4904	0.5394	0.5801
1.8	0.3210	0.4127	0.4835	0.5394	0.5847	0.6219
2.0	0.3750	0.4618	0.5281	0.5801	0.6219	0.6563
2.5	0.4800	0.5556	0.6122	0.6563	0.6914	0.7200
3.0	0.5556	0.6219	0.6712	0.7092	0.7394	0.7639
3.5	0.6122	0.6712	0.7147	0.7481	0.7745	0.7959
4.0	0.6563	0.7092	0.7481	0.7778	0.8013	0.8203
4.5	0.6914	0.7394	0.7745	0.8013	0.8224	0.8395
5.0	0.7200	0.7639	0.7959	0.8203	0.8395	0.8550

s=0.2

A\C	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.0000	0.1667	0.2857	0.3750	0.4444	0.5000
0.6	0.0044	0.1667	0.2857	0.3750	0.4444	0.5000
0.7	0.0857	0.2381	0.3469	0.4286	0.4921	0.5429
0.8	0.1750	0.3125	0.4107	0.4844	0.5417	0.5875
0.9	0.2444	0.3704	0.4603	0.5278	0.5802	0.6222
1.0	0.3000	0.4167	0.5000	0.5625	0.6111	0.6500
1.2	0.3833	0.4861	0.5595	0.6146	0.6574	0.6917
1.4	0.4429	0.5357	0.6020	0.6518	0.6905	0.7214
1.6	0.4875	0.5729	0.6339	0.6797	0.7153	0.7438
1.8	0.5222	0.6019	0.6587	0.7014	0.7346	0.7611
2.0	0.5500	0.6250	0.6786	0.7188	0.7500	0.7750
2.5	0.6000	0.6667	0.7143	0.7500	0.7778	0.8000
3.0	0.6667	0.7222	0.7619	0.7917	0.8148	0.8333
3.5	0.7143	0.7619	0.7959	0.8214	0.8413	0.8571
4.0	0.7500	0.7917	0.8214	0.8438	0.8611	0.8750
4.5	0.7778	0.8148	0.8413	0.8611	0.8765	0.8889
5.0	0.8000	0.8333	0.8571	0.8750	0.8889	0.9000

s=0.6

A\C	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.0000	0.0278	0.0816	0.1406	0.1975	0.2500
0.6	0.0000	0.0278	0.0816	0.1406	0.1975	0.2500
0.7	0.0000	0.0397	0.0991	0.1607	0.2187	0.2714
0.8	0.0056	0.0525	0.1173	0.1816	0.2407	0.2938
0.9	0.0209	0.0824	0.1512	0.2165	0.2753	0.3274
1.0	0.0400	0.1111	0.1837	0.2500	0.3086	0.3600
1.2	0.0803	0.1622	0.2382	0.3048	0.3622	0.4117
1.4	0.1265	0.2168	0.2949	0.3608	0.4165	0.4638
1.6	0.1828	0.2745	0.3509	0.4142	0.4669	0.5113
1.8	0.2321	0.3232	0.3973	0.4579	0.5078	0.5497
2.0	0.2750	0.3646	0.4362	0.4941	0.5417	0.5813
2.5	0.3600	0.4444	0.5102	0.5625	0.6049	0.6400
3.0	0.4444	0.5216	0.5805	0.6267	0.6639	0.6944
3.5	0.5102	0.5805	0.6335	0.6747	0.7077	0.7347
4.0	0.5625	0.6267	0.6747	0.7119	0.7415	0.7656
4.5	0.6049	0.6639	0.7077	0.7415	0.7683	0.7901
5.0	0.6400	0.6944	0.7347	0.7656	0.7901	0.8100

s=0.4

A\C	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.0000	0.1667	0.2857	0.3750	0.4444	0.5000
0.6	0.0000	0.1667	0.2857	0.3750	0.4444	0.5000
0.7	0.0073	0.1667	0.2857	0.3750	0.4444	0.5000
0.8	0.0306	0.1667	0.2857	0.3750	0.4444	0.5000
0.9	0.0598	0.2037	0.3175	0.4028	0.4691	0.5222
1.0	0.1000	0.2500	0.3571	0.4375	0.5000	0.5500
1.2	0.1833	0.3194	0.4167	0.4896	0.5463	0.5917
1.4	0.2857	0.4048	0.4898	0.5536	0.6032	0.6429
1.6	0.3750	0.4792	0.5536	0.6094	0.6528	0.6875
1.8	0.4444	0.5370	0.6032	0.6528	0.6914	0.7222
2.0	0.5000	0.5833	0.6429	0.6875	0.7222	0.7500
2.5	0.6000	0.6667	0.7143	0.7500	0.7778	0.8000
3.0	0.6667	0.7222	0.7619	0.7917	0.8148	0.8333
3.5	0.7143	0.7619	0.7959	0.8214	0.8413	0.8571
4.0	0.7500	0.7917	0.8214	0.8438	0.8611	0.8750
4.5	0.7778	0.8148	0.8413	0.8611	0.8765	0.8889
5.0	0.8000	0.8333	0.8571	0.8750	0.8889	0.9000

s=0.7

A\C	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.0000	0.0046	0.0233	0.0527	0.0878	0.1250
0.6	0.0000	0.0062	0.0272	0.0586	0.0951	0.1333
0.7	0.0000	0.0094	0.0344	0.0691	0.1082	0.1482
0.8	0.0001	0.0163	0.0482	0.0880	0.1304	0.1726
0.9	0.0022	0.0265	0.0656	0.1106	0.1565	0.2009
1.0	0.0080	0.0417	0.0875	0.1367	0.1852	0.2310
1.2	0.0251	0.0733	0.1283	0.1830	0.2344	0.2816
1.4	0.0560	0.1162	0.1775	0.2352	0.2876	0.3346
1.6	0.0891	0.1573	0.2225	0.2815	0.3340	0.3803
1.8	0.1229	0.1976	0.2656	0.3255	0.3777	0.4231
2.0	0.1625	0.2410	0.3099	0.3693	0.4202	0.4641
2.5	0.2520	0.3333	0.4009	0.4570	0.5041	0.5440
3.0	0.3259	0.4057	0.4699	0.5223	0.5656	0.6019
3.5	0.3863	0.4630	0.5236	0.5723	0.6122	0.6455
4.0	0.4359	0.5092	0.5663	0.6118	0.6488	0.6795
4.5	0.4772	0.5471	0.6010	0.6437	0.6782	0.7067
5.0	0.5120	0.5787	0.6297	0.6699	0.7023	0.7290

(注) A<0.5 の場合は、A=0.5 と同じ。C<1.0 の場合は、C=1.0 と同じ。

付録2 サイドラップコースW型以外の平均2乗内挿距離 $\bar{r}$ $p=1$

A \ C		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.25	0.2041	0.2255	0.2483	0.2723	0.2972	0.3228	0.3753	0.4291	0.4839	0.5393	0.5951
0.6	0.30	0.2255	0.2450	0.2661	0.2887	0.3123	0.3367	0.3873	0.4397	0.4933	0.5477	0.6028
0.7	0.35	0.2483	0.2661	0.2858	0.3069	0.3291	0.3524	0.4010	0.4519	0.5042	0.5575	0.6117
0.8	0.40	0.2723	0.2887	0.3069	0.3266	0.3476	0.3697	0.4163	0.4655	0.5164	0.5686	0.6218
0.9	0.45	0.2972	0.3123	0.3291	0.3476	0.3674	0.3884	0.4330	0.4805	0.5299	0.5810	0.6331
1.0	0.50	0.3228	0.3367	0.3524	0.3697	0.3884	0.4083	0.4509	0.4967	0.5447	0.5944	0.6455
1.2	0.60	0.3753	0.3873	0.4010	0.4163	0.4330	0.4509	0.4899	0.5323	0.5774	0.6245	0.6733
1.4	0.70	0.4291	0.4397	0.4519	0.4655	0.4805	0.4967	0.5323	0.5716	0.6137	0.6583	0.7047
1.6	0.80	0.4839	0.4933	0.5042	0.5164	0.5299	0.5447	0.5774	0.6137	0.6532	0.6952	0.7394
1.8	0.90	0.5393	0.5477	0.5575	0.5686	0.5810	0.5944	0.6245	0.6583	0.6952	0.7349	0.7767
2.0	1.00	0.5951	0.6028	0.6117	0.6218	0.6331	0.6455	0.6733	0.7047	0.7394	0.7767	0.8165
2.5	1.25	0.7360	0.7422	0.7494	0.7577	0.7670	0.7773	0.8005	0.8271	0.8568	0.8893	0.9242
3.0	1.50	0.8780	0.8832	0.8893	0.8963	0.9042	0.9129	0.9327	0.9557	0.9815	1.0100	1.0408
3.5	1.75	1.0206	1.0251	1.0304	1.0364	1.0432	1.0508	1.0681	1.0882	1.1109	1.1362	1.1637
4.0	2.00	1.1637	1.1676	1.1723	1.1776	1.1836	1.1902	1.2055	1.2234	1.2437	1.2662	1.2910
4.5	2.25	1.3070	1.3105	1.3147	1.3194	1.3248	1.3307	1.3444	1.3605	1.3787	1.3991	1.4216
5.0	2.50	1.4506	1.4537	1.4575	1.4617	1.4666	1.4720	1.4844	1.4989	1.5155	1.5341	1.5546

 $p=2$

A \ C		0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.25	0.1634	0.1797	0.1960	0.2125	0.2294	0.2467	0.2821	0.3186	0.3560	0.3940	0.4324
0.6	0.30	0.1797	0.1961	0.2124	0.2286	0.2451	0.2618	0.2960	0.3314	0.3676	0.4047	0.4423
0.7	0.35	0.1960	0.2124	0.2288	0.2451	0.2613	0.2776	0.3110	0.3453	0.3806	0.4167	0.4535
0.8	0.40	0.2125	0.2286	0.2451	0.2615	0.2777	0.2940	0.3267	0.3603	0.3947	0.4299	0.4659
0.9	0.45	0.2294	0.2451	0.2613	0.2777	0.2942	0.3104	0.3429	0.3759	0.4096	0.4440	0.4792
1.0	0.50	0.2467	0.2618	0.2776	0.2940	0.3104	0.3268	0.3593	0.3919	0.4251	0.4589	0.4934
1.2	0.60	0.2821	0.2960	0.3110	0.3267	0.3429	0.3593	0.3922	0.4247	0.4572	0.4901	0.5235
1.4	0.70	0.3186	0.3314	0.3453	0.3603	0.3759	0.3919	0.4247	0.4576	0.4901	0.5226	0.5553
1.6	0.80	0.3560	0.3676	0.3806	0.3947	0.4096	0.4251	0.4572	0.4901	0.5229	0.5555	0.5879
1.8	0.90	0.3940	0.4047	0.4167	0.4299	0.4440	0.4589	0.4901	0.5226	0.5555	0.5883	0.6209
2.0	1.00	0.4324	0.4423	0.4535	0.4659	0.4792	0.4934	0.5235	0.5553	0.5879	0.6209	0.6537
2.5	1.25	0.5300	0.5382	0.5477	0.5583	0.5699	0.5823	0.6095	0.6390	0.6701	0.7022	0.7349
3.0	1.50	0.6289	0.6360	0.6441	0.6533	0.6634	0.6745	0.6988	0.7258	0.7547	0.7853	0.8169
3.5	1.75	0.7287	0.7349	0.7420	0.7501	0.7590	0.7688	0.7907	0.8153	0.8421	0.8707	0.9007
4.0	2.00	0.8291	0.8345	0.8408	0.8480	0.8560	0.8648	0.8846	0.9070	0.9317	0.9584	0.9867
4.5	2.25	0.9298	0.9346	0.9403	0.9467	0.9540	0.9619	0.9800	1.0005	1.0234	1.0482	1.0748
5.0	2.50	1.0307	1.0351	1.0402	1.0461	1.0527	1.0600	1.0765	1.0954	1.1166	1.1397	1.1647

 $p=3$

A \ C	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	
0.5	0.25	0.1411	0.1548	0.1679	0.1809	0.1938	0.2068	0.2334	0.2607	0.2886	0.3171	0.3460
0.6	0.30	0.1548	0.1694	0.1831	0.1963	0.2093	0.2222	0.2482	0.2747	0.3018	0.3295	0.3576
0.7	0.35	0.1679	0.1831	0.1976	0.2114	0.2247	0.2377	0.2635	0.2895	0.3160	0.3430	0.3704
0.8	0.40	0.1809	0.1963	0.2114	0.2258	0.2396	0.2530	0.2790	0.3049	0.3309	0.3573	0.3842
0.9	0.45	0.1938	0.2093	0.2247	0.2396	0.2540	0.2679	0.2945	0.3204	0.3462	0.3723	0.3987
1.0	0.50	0.2068	0.2222	0.2377	0.2530	0.2679	0.2823	0.3096	0.3359	0.3617	0.3876	0.4136
1.2	0.60	0.2334	0.2482	0.2635	0.2790	0.2945	0.3096	0.3387	0.3662	0.3926	0.4186	0.4444
1.4	0.70	0.2607	0.2747	0.2895	0.3049	0.3204	0.3359	0.3662	0.3952	0.4227	0.4493	0.4754
1.6	0.80	0.2886	0.3018	0.3160	0.3309	0.3462	0.3617	0.3926	0.4227	0.4516	0.4793	0.5060
1.8	0.90	0.3171	0.3295	0.3430	0.3573	0.3723	0.3876	0.4186	0.4493	0.4793	0.5081	0.5358
2.0	1.00	0.3460	0.3576	0.3704	0.3842	0.3987	0.4136	0.4444	0.4754	0.5060	0.5358	0.5645
2.5	1.25	0.4199	0.4298	0.4410	0.4533	0.4664	0.4803	0.5095	0.5400	0.5710	0.6020	0.6325
3.0	1.50	0.4952	0.5039	0.5137	0.5246	0.5364	0.5491	0.5763	0.6054	0.6357	0.6666	0.6976
3.5	1.75	0.5715	0.5791	0.5878	0.5976	0.6083	0.6198	0.6450	0.6724	0.7014	0.7314	0.7622
4.0	2.00	0.6484	0.6552	0.6630	0.6718	0.6815	0.6920	0.7153	0.7409	0.7684	0.7973	0.8273
4.5	2.25	0.7258	0.7319	0.7390	0.7470	0.7558	0.7655	0.7869	0.8109	0.8368	0.8645	0.8933
5.0	2.50	0.8035	0.8090	0.8155	0.8228	0.8309	0.8398	0.8597	0.8821	0.9066	0.9328	0.9605

(注) Aは、平行型の場合は左、W型の場合は右の値を用いる。クロスコース平行型、W型の場合は、対応する型の $p=2$ の表を適用する。サイドラップコース平行型の場合は、 $p=n$ (n は完全重複撮影回数) の表を適用する。なお、サイドラップコースW型に関しては、付録3を用いる。

付録3 サイドラップコースW型の平均2乗内挿距離 $\bar{r}$
 $s=0.2$

$A \backslash C$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.2533	0.2708	0.2901	0.3109	0.3329	0.3559	0.4041	0.4546	0.5066	0.5598	0.6136
0.6	0.2885	0.3040	0.3213	0.3402	0.3604	0.3817	0.4271	0.4751	0.5251	0.5765	0.6290
0.7	0.3252	0.3390	0.3546	0.3718	0.3904	0.4102	0.4527	0.4983	0.5461	0.5957	0.6468
0.8	0.3630	0.3754	0.3896	0.4053	0.4224	0.4407	0.4806	0.5237	0.5694	0.6172	0.6665
0.9	0.4016	0.4128	0.4257	0.4401	0.4560	0.4730	0.5103	0.5512	0.5948	0.6406	0.6883
1.0	0.4406	0.4509	0.4628	0.4761	0.4908	0.5066	0.5416	0.5802	0.6219	0.6658	0.7118
1.2	0.5200	0.5287	0.5389	0.5504	0.5631	0.5770	0.6079	0.6425	0.6804	0.7209	0.7634
1.4	0.6004	0.6080	0.6168	0.6269	0.6381	0.6504	0.6780	0.7093	0.7437	0.7808	0.8204
1.6	0.6814	0.6883	0.6962	0.7050	0.7153	0.7260	0.7508	0.7792	0.8106	0.8448	0.8814
1.8	0.7631	0.7691	0.7762	0.7845	0.7931	0.8031	0.8256	0.8514	0.8803	0.9119	0.9460
2.0	0.8449	0.8504	0.8573	0.8645	0.8722	0.8812	0.9019	0.9255	0.9521	0.9815	1.0132
2.5	1.0506	1.0548	1.0603	1.0661	1.0725	1.0806	1.0971	1.1168	1.1386	1.1633	1.1902
3.0	1.2568	1.2607	1.2651	1.2700	1.2756	1.2818	1.2967	1.3129	1.3315	1.3528	1.3760
3.5	1.4638	1.4670	1.4708	1.4761	1.4800	1.4858	1.4980	1.5129	1.5284	1.5470	1.5672
4.0	1.6738	1.6734	1.6773	1.6809	1.6868	1.6897	1.7008	1.7145	1.7290	1.7443	1.7624
4.5	1.8804	1.8825	1.8833	1.8876	1.8911	1.8968	1.9050	1.9161	1.9295	1.9451	1.9612
5.0	2.0872	2.0912	2.0910	2.0934	2.0979	2.1012	2.1096	2.1205	2.1322	2.1451	2.1612

 $s=0.4$

$A \backslash C$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.2102	0.2309	0.2533	0.2769	0.3014	0.3266	0.3786	0.4320	0.4866	0.5415	0.5972
0.6	0.2333	0.2522	0.2729	0.2949	0.3180	0.3420	0.3919	0.4437	0.4969	0.5509	0.6057
0.7	0.2580	0.2752	0.2942	0.3148	0.3365	0.3592	0.4071	0.4572	0.5090	0.5618	0.6156
0.8	0.2838	0.2996	0.3171	0.3362	0.3567	0.3782	0.4239	0.4723	0.5226	0.5742	0.6269
0.9	0.3105	0.3249	0.3412	0.3591	0.3783	0.3987	0.4423	0.4888	0.5375	0.5879	0.6395
1.0	0.3379	0.3512	0.3663	0.3830	0.4011	0.4203	0.4619	0.5066	0.5538	0.6028	0.6532
1.2	0.3940	0.4055	0.4186	0.4333	0.4493	0.4666	0.5044	0.5457	0.5897	0.6359	0.6839
1.4	0.4514	0.4614	0.4731	0.4861	0.5004	0.5160	0.5504	0.5884	0.6295	0.6730	0.7185
1.6	0.5096	0.5185	0.5289	0.5406	0.5536	0.5677	0.5991	0.6342	0.6725	0.7134	0.7564
1.8	0.5685	0.5767	0.5859	0.5965	0.6082	0.6211	0.6499	0.6825	0.7182	0.7565	0.7973
2.0	0.6278	0.6353	0.6436	0.6531	0.6640	0.6758	0.7024	0.7327	0.7659	0.8021	0.8406
2.5	0.7773	0.7832	0.7901	0.7978	0.8068	0.8164	0.8386	0.8641	0.8925	0.9238	0.9574
3.0	0.9282	0.9327	0.9384	0.9451	0.9530	0.9612	0.9797	1.0017	1.0263	1.0535	1.0832
3.5	1.0788	1.0837	1.0882	1.0937	1.1005	1.1074	1.1238	1.1429	1.1646	1.1888	1.2152
4.0	1.2301	1.2340	1.2387	1.2437	1.2492	1.2555	1.2706	1.2872	1.3062	1.3279	1.3516
4.5	1.3820	1.3856	1.3895	1.3937	1.3991	1.4053	1.4176	1.4328	1.4502	1.4695	1.4912
5.0	1.5349	1.5366	1.5408	1.5451	1.5490	1.5546	1.5663	1.5802	1.5957	1.6136	1.6328

 $s=0.5$

$A \backslash C$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.1811	0.2007	0.2204	0.2398	0.2588	0.2746	0.3131	0.3503	0.3871	0.4240	0.4611
0.6	0.2019	0.2174	0.2371	0.2565	0.2761	0.2956	0.3295	0.3684	0.4056	0.4424	0.4793
0.7	0.2226	0.2382	0.2536	0.2731	0.2928	0.3123	0.3513	0.3844	0.4233	0.4610	0.4980
0.8	0.2436	0.2588	0.2746	0.2898	0.3096	0.3288	0.3680	0.4068	0.4394	0.4787	0.5162
0.9	0.2649	0.2795	0.2950	0.3109	0.3261	0.3457	0.3848	0.4239	0.4625	0.4943	0.5336
1.0	0.2868	0.3007	0.3157	0.3314	0.3470	0.3623	0.4015	0.4407	0.4797	0.5177	0.5492
1.2	0.3317	0.3442	0.3581	0.3727	0.3881	0.4038	0.4347	0.4742	0.5131	0.5523	0.5911
1.4	0.3778	0.3890	0.4016	0.4153	0.4298	0.4451	0.4764	0.5072	0.5461	0.5856	0.6247
1.6	0.4247	0.4349	0.4463	0.4590	0.4726	0.4871	0.5175	0.5491	0.5797	0.6192	0.6576
1.8	0.4723	0.4813	0.4920	0.5036	0.5163	0.5299	0.5591	0.5900	0.6218	0.6521	0.6913
2.0	0.5203	0.5286	0.5383	0.5491	0.5610	0.5737	0.6015	0.6314	0.6628	0.6939	0.7246
2.5	0.6413	0.6481	0.6563	0.6653	0.6754	0.6864	0.7106	0.7375	0.7663	0.7972	0.8285
3.0	0.7636	0.7695	0.7763	0.7841	0.7929	0.8022	0.8236	0.8477	0.8738	0.9022	0.9318
3.5	0.8871	0.8918	0.8978	0.9045	0.9120	0.9204	0.9393	0.9609	0.9847	1.0107	1.0382
4.0	1.0102	1.0146	1.0201	1.0260	1.0327	1.0405	1.0572	1.0767	1.0982	1.1219	1.1474
4.5	1.1342	1.1384	1.1427	1.1484	1.1543	1.1610	1.1761	1.1938	1.2135	1.2355	1.2591
5.0	1.2578	1.2617	1.2668	1.2709	1.2768	1.2825	1.2963	1.3125	1.3307	1.3508	1.3727

$s=0.6$

$A \backslash C$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.1716	0.1874	0.2059	0.2220	0.2415	0.2601	0.2964	0.3327	0.3695	0.4068	0.4446
0.6	0.1892	0.2059	0.2220	0.2399	0.2574	0.2744	0.3121	0.3484	0.3848	0.4213	0.4583
0.7	0.2075	0.2234	0.2402	0.2566	0.2736	0.2917	0.3266	0.3641	0.4005	0.4366	0.4731
0.8	0.2263	0.2415	0.2578	0.2745	0.2910	0.3074	0.3431	0.3788	0.4161	0.4524	0.4887
0.9	0.2453	0.2602	0.2756	0.2921	0.3088	0.3253	0.3599	0.3940	0.4306	0.4681	0.5045
1.0	0.2648	0.2791	0.2943	0.3098	0.3265	0.3431	0.3747	0.4118	0.4441	0.4830	0.5201
1.2	0.3053	0.3178	0.3320	0.3469	0.3623	0.3783	0.4118	0.4440	0.4799	0.5147	0.5487
1.4	0.3467	0.3582	0.3707	0.3849	0.3997	0.4150	0.4469	0.4804	0.5133	0.5472	0.5835
1.6	0.3888	0.3994	0.4111	0.4237	0.4378	0.4525	0.4831	0.5155	0.5490	0.5819	0.6148
1.8	0.4315	0.4413	0.4522	0.4640	0.4766	0.4907	0.5204	0.5512	0.5841	0.6177	0.6506
2.0	0.4747	0.4836	0.4938	0.5049	0.5170	0.5296	0.5581	0.5886	0.6197	0.6531	0.6863
2.5	0.5838	0.5913	0.5999	0.6094	0.6199	0.6312	0.6556	0.6831	0.7127	0.7433	0.7746
3.0	0.6943	0.7005	0.7079	0.7162	0.7255	0.7354	0.7574	0.7815	0.8083	0.8372	0.8674
3.5	0.8054	0.8109	0.8173	0.8246	0.8328	0.8416	0.8615	0.8836	0.9079	0.9336	0.9621
4.0	0.9170	0.9220	0.9276	0.9341	0.9413	0.9493	0.9673	0.9877	1.0099	1.0339	1.0592
4.5	1.0291	1.0333	1.0385	1.0443	1.0508	1.0581	1.0744	1.0930	1.1136	1.1361	1.1600
5.0	1.1412	1.1452	1.1498	1.1551	1.1611	1.1676	1.1825	1.1997	1.2189	1.2398	1.2623

 $s=0.7$

$A \backslash C$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.1789	0.1940	0.2087	0.2229	0.2361	0.2486	0.2735	0.2964	0.3183	0.3398	0.3648
0.6	0.1995	0.2146	0.2298	0.2447	0.2591	0.2729	0.2983	0.3234	0.3467	0.3689	0.3906
0.7	0.2205	0.2353	0.2504	0.2656	0.2805	0.2951	0.3228	0.3480	0.3733	0.3969	0.4194
0.8	0.2419	0.2561	0.2710	0.2862	0.3014	0.3164	0.3454	0.3726	0.3977	0.4232	0.4470
0.9	0.2638	0.2774	0.2918	0.3068	0.3220	0.3371	0.3670	0.3956	0.4225	0.4474	0.4730
1.0	0.2860	0.2990	0.3129	0.3275	0.3426	0.3577	0.3880	0.4175	0.4457	0.4723	0.4971
1.2	0.3314	0.3432	0.3560	0.3698	0.3842	0.3990	0.4293	0.4596	0.4893	0.5182	0.5458
1.4	0.3778	0.3885	0.4003	0.4132	0.4268	0.4410	0.4706	0.5008	0.5312	0.5611	0.5903
1.6	0.4249	0.4347	0.4456	0.4575	0.4703	0.4838	0.5123	0.5421	0.5724	0.6027	0.6327
1.8	0.4727	0.4815	0.4916	0.5027	0.5147	0.5275	0.5547	0.5837	0.6136	0.6439	0.6743
2.0	0.5208	0.5290	0.5383	0.5486	0.5598	0.5719	0.5980	0.6259	0.6551	0.6851	0.7155
2.5	0.6424	0.6492	0.6570	0.6657	0.6753	0.6858	0.7087	0.7340	0.7611	0.7895	0.8189
3.0	0.7651	0.7709	0.7776	0.7851	0.7935	0.8026	0.8230	0.8457	0.8705	0.8970	0.9245
3.5	0.8885	0.8935	0.8993	0.9059	0.9133	0.9214	0.9396	0.9601	0.9827	1.0071	1.0330
4.0	1.0124	1.0168	1.0219	1.0278	1.0344	1.0416	1.0580	1.0766	1.0973	1.1197	1.1438
4.5	1.1365	1.1405	1.1451	1.1504	1.1563	1.1628	1.1776	1.1946	1.2138	1.2344	1.2568
5.0	1.2609	1.2645	1.2687	1.2734	1.2789	1.2848	1.2983	1.3139	1.3314	1.3507	1.3716

 $s=0.8$

$A \backslash C$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
0.5	0.1617	0.1762	0.1901	0.2032	0.2156	0.2273	0.2495	0.2699	0.2893	0.3081	0.3265
0.6	0.1791	0.1940	0.2085	0.2226	0.2361	0.2489	0.2727	0.2951	0.3159	0.3357	0.3548
0.7	0.1965	0.2114	0.2263	0.2409	0.2551	0.2688	0.2945	0.3182	0.3407	0.3618	0.3819
0.8	0.2142	0.2288	0.2438	0.2587	0.2733	0.2875	0.3148	0.3401	0.3636	0.3863	0.4076
0.9	0.2322	0.2464	0.2612	0.2761	0.2910	0.3056	0.3339	0.3606	0.3857	0.4091	0.4318
1.0	0.2504	0.2642	0.2787	0.2935	0.3084	0.3233	0.3524	0.3801	0.4064	0.4312	0.4546
1.2	0.2877	0.3005	0.3142	0.3285	0.3433	0.3582	0.3880	0.4171	0.4452	0.4721	0.4978
1.4	0.3260	0.3377	0.3506	0.3643	0.3784	0.3931	0.4229	0.4526	0.4818	0.5102	0.5375
1.6	0.3649	0.3757	0.3877	0.4006	0.4143	0.4284	0.4577	0.4876	0.5173	0.5465	0.5751
1.8	0.4044	0.4144	0.4256	0.4377	0.4507	0.4644	0.4928	0.5223	0.5522	0.5820	0.6112
2.0	0.4443	0.4536	0.4640	0.4755	0.4878	0.5008	0.5285	0.5573	0.5870	0.6169	0.6466
2.5	0.5455	0.5533	0.5622	0.5720	0.5828	0.5944	0.6194	0.6464	0.6748	0.7040	0.7337
3.0	0.6479	0.6546	0.6623	0.6709	0.6804	0.6906	0.7133	0.7381	0.7647	0.7927	0.8213
3.5	0.7511	0.7569	0.7637	0.7713	0.7797	0.7889	0.8094	0.8321	0.8568	0.8831	0.9106
4.0	0.8548	0.8599	0.8659	0.8728	0.8803	0.8886	0.9072	0.9281	0.9510	0.9755	1.0016
4.5	0.9588	0.9635	0.9689	0.9750	0.9819	0.9894	1.0064	1.0255	1.0470	1.0699	1.0943
5.0	1.0632	1.0673	1.0723	1.0778	1.0841	1.0910	1.1065	1.1244	1.1441	1.1656	1.1888